УДК 662.767

ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ УЛЬТРАЗВУКОВОЇ ХВИЛІ В ПРУЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ МЕТОДОМ ГАЛЕРКІНА НА ОСНОВІ ВЕЙВЛЕТ – ФУНКЦІЙ

***З. П. Лютак*[1)], *А. А. Мандра*[2)], *І. З. Лютак*[1)]**

1) – Івано–Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, м. Івано-Франківськ, 76019, Україна, e-mail: ihorlt@gmail.com

2) – Управління магістральних газопроводів "Черкаситрансгаз", вул.Сумгаїтська, 3, м.Черкаси, Україна, e-mail: acoustic.field@gmail.com

Представлено алгоритм знаходження параметрів поширення ультразвукових хвиль в досліджуваних об'єктах. Результати розрахунку представлені у вигляді таблиць та графіків. Здійснено розроблення методу обчислення диференційних рівнянь, що описують поширення ультразвукової хвилі в пружному середовищі методом Галеркіна на основі проекційного методу з використанням вейвлет – функцій. Встановлено, що за допомогою розробленого методу можна проводити аналіз параметрів поширення ультразвукової хвилі на основі вейвлетів Добеші рівня 6, 8 та 10. Збільшення рівня вейвлетів Добеші вимагає збільшення кількості точок дискретизації аналізованого шляху, що збільшує час обчислення та вимоги до ресурсів комп'ютера, при цьому точність результатів зростає не значно. Метод дозволяє проводити аналіз поширення хвилі на будь-якій відстані, збільшення відстані вимагає збільшення кількості точок дискретизації діапазону обчислення диференційного рівняння.

Ключові слова: ультразвук, вейвлет–функція, метод Галеркіна, диференційне рівняння, пружне середовище, дискретизація.

Представлен алгоритм решения метода, вычисляет параметры распространения ультразвуковых волн в исследуемых объектах. Результаты расчета представлены в виде таблиц и графиков. Осуществлен разработки метода вычисления дифференциальных уравнений, описывающих распространение ультразвуковой волны в упругой среде методом Галеркина на основе проекционного метода с использованием вейвлет – функций. Установлено, что с помощью разработанного метода можно проводить анализ параметров распространения ультразвуковой волны на основе вейвлетов Добеши уровня 6, 8 и 10. Увеличение уровня вейвлетов Добеши требует увеличения количества точек дискретизации анализируемого пути, увеличивает время вычисления и требования к ресурсам компьютера, при этом точность результатов возрастает незначительно. Метод позволяет проводить анализ распространения волны на любом расстоянии, увеличение расстояния требует увеличения количества точек дискретизации диапазона вычисления дифференциального уравнения.

Ключевые слова: ультразвук, вейвлет – функция, метод Галеркина, дифференциальное уравнение, пружная среда, дискретизация.

Development of numerical methods that calculates the parameters of ultrasonic wave's propagation in testing objects serves as source for both information for comparison with results of control and further analysis of the object state. It is presented the algorithm that calculates the method. The results of calculation are presented in a form of tables and charts. It is developed the method of calculation of differential equations that describe propagation of ultrasonic waves in solid media by Galerkin's approach that based on projection method with wavelets. In the result it is determined that with help of the developed method it is possible to perform analysis of parameters of ultrasonic wave propagation by Daubechies wavelets with level of 6, 8, and 10. Increasing level of Daubechies wavelets is requires increasing number of samplings for chosen way. This requires increasing the calculation time and computer resources while

this approach do not increases substantially the precision. The method allows analysing propagation of wave with any lengths of ways. Increasing the lengths of path of propagation requires increasing the number of samplings of discretisation of differential equation. The results of calculation of differential equation can be compared with testing results it is allows to detect defects and changes of mechanical properties of media where propagating ultrasonic wave.
Keywords: ultrasound, wavelet, galerkin's method, differential equation.

Вступ

Розроблення числових методів, що обчислюють параметри поширення ультразвукових хвиль в досліджуваних об'єктах, є джерелом інформації для порівняння із результатами контролю і подальшого аналізу стану об'єкта. При ультразвуковому контролі існуючі дефекти можуть вносити малий вплив на параметри хвилі. Виявлення таких малих змін найбільш ефективно проводити за допомогою вейвлет – аналізу. Вейвлети можуть ефективно визначати як локальні збурення в хвилі, так і плавні зміни шляхом проведення аналізу на різних рівнях деталізації (багатороздільний аналіз).

В загальному, проведення числового розв'язку диференційних рівнянь за допомогою вейвлет – функцій можна розділити на дві групи методів: проекційні та непроекційні методи. В непроекційних методах вейвлети застосовуються тільки для виявлення зон із великим градієнтом змін, а після виявлення таких зон використовуються інші методи (кінцевих різниць або кінцевих об'ємів) [1]. Перевагами такого підходу є те, що алгоритми обчислення є більш простими. До недоліків слід віднести те, що застосовуються різні типи обчислень, які ускладнюють інтерпритацію результатів. В проекційних методах вейвлет функції використовуються як основа для отримання розв'язку. Всі обчислення проводяться у просторі вейвлет – функцій, після чого результати репроектуються у фізичну площину. В [5, 6] представлено метод обчислення диференційних рівнянь методом проектування вейвлет – функцій. Даний метод є основою для проведення досліджень. Недоліками цього методу є складність застосування граничних умов при побудові кінцевої системи рівнянь на основі вейвлет – функцій.

Метою даного дослідження є побудова алгоритму для проведення обчислення диференційного рівняння, що описує поширення гармонійної ультразвукової хвилі.

Переваги застосування вейвлет – функцій:

– вейвлети забезпечують оптимальний базис, тобто для збільшення точності додаються додаткові вейвлет–функції, при цьому не збільшується числова нестабільність отримання розв'язку [2];

– більшість операторів при застосуванні аналізу із вейвлет–функціями використовують розріджені матриці, що збільшує швидкість обчислень у порівнянні із іншими числовими методами. Ширина оператора може змінюватись в залежності від заданої точності обчислень [3];

– поєднання результатів аналізу на різних рівнях деталізації становить основу теорії застосування вейвлет – функцій і тому є простим для числової реалізації [2];

– при проведенні обчислень можна застосовувати різні рівні деталізації для різних частин досліджуваного відрізка [1];

– об'єм числових обчислень лінійно залежить від величини системи[2];

– для застосування вейвлетів існують розроблені числові швидкі алгоритми [4].

Проекційні методи обчислення диференційних рівнянь можна поділити на:

– метод Галеркіна на основі вейвлет – функцій;

– метод Галеркіна на основі вейвлет – функцій і рядів Тейлора;

– колокаційний метод. В цьому методі сітка відліків вейвлет методу з'єднується із колокаційною сіткою.

Найбільш привабливим є метод Галеркіна на основі вейвлет – функцій, оскільки в ньому не потрібно проводити більш складні обчислення рядів Тейлора і, як результат, алгоритм є більш стабільнішим.

Однією з найбільш складніших частин застосування проекційного методу є визначення необхідних граничних умов при поширенні хвилі. На даний час існує кілька підходів до вирішення задачі накладання граничних умов:

– обчислення вейвлет – функцій в інтервалі;

– застосування фіктивних граничних умов;

– зменшення впливу граничних умов шляхом екстраполяції даних на кінцях досліджуваного відрізка;

– застосування методу ємнісної матриці.

Серед перерахованих методів найбільш простим з точки зору реалізації та фізичної інтерпретації є метод фіктивних граничних умов, що полягає у тому, що систему рівнянь, що описує поширення хвилі у просторі вейвлет – функцій, розширюють. Це фактично зводиться до того, що матрицю із коефіцієнтами системи рівнянь доповнюють справа та зліва стовбцями з нульовими елементами у кількості пропорційно рівню вибраного вейвлета.

Математична модель методу Галеркіна на основі вейвлет – функцій

Рівняння поширення ультразвукової хвилі може бути представлено в одновимірному просторі так [1]:

$$Lu(x) = f(x)\,,\ 0 \le x \le 1\,, \tag{1}$$

де L –диференціальний оператор, який залежить від форми рівняння; x – вісь Ox, що відповідає шляху проходження ультразвукової хвилі в пружному середовищі; u – зміщення елементарного об'єму пружного середовища внаслідок збурення ультразвуковою хвилею; f – зусилля збудження хвилі.

Рівняння (1) можна розв'язати із граничними умовами Діріхле:

$$u(0) = a\,,\ u(1) = b\,, \tag{2}$$

де a, b – граничні умови.

Відрізок [0, 1] вибирається як нормований. Для опису поширення хвилі цей одиничний відрізок буде описувати досліджувану ділянку її поширення так:

$$x = S_p / S_{p\max} \in [0,1]\,,\ S \in \left[0, S_{p\max}\right], \tag{3}$$

де S_p, S_{pmax} – відповідно, поточна та максимальна координата поширення ультразвукової хвилі.

Розв'язком (1) буде рівняння такого вигляду:

$$u_s(x) = f_u(x)\,, \tag{4}$$

де $f_u(x)$ – деяка функція, форму якої необхідно знайти.

Для представлення $f_u(x)$ виберемо ортонормовану систему функцій v_j як базис, в якому можна розкласти $f_u(x)$ так:

$$f_u(x) = \sum_{j=1}^{N_x} c_j \nu_j\,, \tag{5}$$

де N_x – кількість точок, що описують розв'язок рівняння поширення хвилі; c_j – коефіцієнти масштабування функції v по осі абсцис.

Ортонормованість означає, що внутрішній добуток (позначимо < , >) вибраної функції із (1) дорівнюватиме нулю:

$$\left\langle \nu, Lu_s - f \right\rangle = 0. \tag{6}$$

Галеркін запропонував, що (6) матиме розв'язок для всіх ν, які мають однакову форму із u_s [6].

Для опису ультразвукового сигналу, який визначений на певному часовому проміжку, найбільш оптимальним є представлення ν у вигляді вейвлет – функцій, однією із властивостей яких є те, що вони є ортонормованими. Серед існуючих типів наборів вейвлет – функцій для опису гармонійних коливань найбільш широкого розповсюдження набув набір вейвлетів Добеші Ψ_N у такій формі:

$$\begin{gathered}\Psi_N(x) = \sum_{k=2-N}^{1} (-1)^k a_{1-k} \phi(2x-k)\,,\\ \phi(x) = \sqrt{2}\sum_{k=0}^{N-1} c_k \phi(2x-k) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \phi_k(2x)\,,\\ a_k = \sqrt{2} c_k\,,\ \sum_{k=0}^{N-1} c_k = \sqrt{2}\,,\end{gathered} \tag{7}$$

де Ψ_N – материнська вейвлет функція порядку N=4, 6 ,8 ,10, 12, і т. д.; a – коефіцієнт масштабування; φ – масштабувальна функція; c_k – коефіцієнт масштабування функції φ по осі абсцис.

Для поєднання (1) із (7) помножимо (1) на функцію вейвлета за правилами внутрішнього добутку у просторі Гілберта так:

$$\begin{gathered}\left\langle Lu_s, \psi_{Nj} \right\rangle = \left\langle f, \psi_{Nj} \right\rangle,\\ \left\langle Lu_s, \psi_{Nj} \right\rangle = \int_0^1 Lu_s \psi_{Nj} dx\,,\\ \left\langle f, \psi_{Nj} \right\rangle = \int_0^1 f \psi_{Nj} dx\,.\end{gathered} \tag{8}$$

Підставляючи (5) у (8), отримуємо:

$$\sum_{k=1}^{N_x} \left\langle L\psi_{N\,k}, \psi_{N\,j} \right\rangle c_k = \left\langle f, \psi_{N\,j} \right\rangle , \qquad (9)$$

Зробимо позначення, що спрощують розуміння структури (9):

$$\mathbf{X} = c_k\,,\ \mathbf{F} = \left\langle f, \psi_{N\,j} \right\rangle,$$
$$\mathbf{A} = \sum_{k=1}^{N_x} \left\langle L\psi_{N\,k}, \psi_{N\,j} \right\rangle . \qquad (10)$$

Тепер (9) можна записати як систему лінійних рівнянь в матричній формі так:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{F} \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{N_x} a_{j,k} c_k = f_j \ . \qquad (11)$$

Рівняння (11) є центральним рішенням методу Галеркіна на основі вейвлет – функцій. Застосування вейвлетів для рішення рівняння, що описує поширення ультразвукових хвиль, фактично зводиться до вирішення системи лінійних рівнянь в матричній формі. Фактично (11) є проекцією наближеного розв'язку (набору дискретних значень) рівняння, що описує поширення коливань на простір вибраних вейвлет – функцій [0].

У (9) необхідно обчислювати похідну від вейвлет–функції. За властивостями вейвлетів набору Добеші вейвлет порядку N має 0,55(N/2-1) неперервних похідних, які позначимо так:

$$\psi_N^d = \frac{\partial^d \psi_N}{\partial x} \ , \qquad (12)$$

де d – кількість похідних.

Взяття d похідних від (5) матиме такий вигляд:

$$f_u^d\left(x\right) = \sum_{j=1}^{N_x} c_j \psi_{N\,j}^d \ . \qquad (13)$$

Рівняння (13) апроксимуємо за допомогою вейвлет – функцій такого ж порядку, що і розв'язок рівняння поширення коливань так:

$$\psi_u^d\left(x\right) = \sum_{m=1}^{M} \xi_m \psi_{N\,m} \ ,$$
$$\xi_m = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_u^d\left(x\right) \psi_N\left(x\right) dx \ . \qquad (14)$$

Змінні ξ_m називається коефіцієнтами з'єднання, за допомогою яких описується диференційне рівняння на основі вейвлет – функцій.

Враховуючи (14), елементи матриць системи (11) будуть такими:

$$\mathbf{F} = \left[\left\langle \psi_{N1}, f \right\rangle \ \ \dots \ \ \left\langle \psi_{Nx}, f \right\rangle \right]^T ,$$
$$\mathbf{A} = \mathbf{\Omega}_{k,j}^{d_1,d_2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_k^d\left(x\right) \psi_j^d\left(x\right) dx, \qquad (15)$$

де $\mathbf{\Omega}_{k,j}^{d_1,d_2}$ – двозмінний коефіцієнт з'єднання; d_1, d_2 – похідні вейвлет – функцій.

Виразимо похідну вейвлет–функції через функцію масштабування, що є визначена в (7), так:

$$\psi_N^d\left(x\right) = 2^d \sum_{k=0}^{N-1} a_k \phi_k^d\left(2x\right) . \qquad (16)$$

З врахуванням (16) двозмінний коефіцієнт зв'язку із врахуванням зміни змінних матиме такий вигляд [7]:

$$\mathbf{\Omega}_{k,j}^{d_1,d_2} = 2^{d_1+d_2-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} \left(a_p a_q - 2j + k \right) \times$$
$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_p^d\left(x\right) \phi_q^d\left(x\right) dx \ . \qquad (17)$$

Враховуючи, що вейвлети є ортонормованими функціями і їх масштабувальні функції є теж ортонормованими, то початковий коефіцієнт з'єднання обчислюється так:

$$\mathbf{\Omega}_{k,j}^{0,0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_k\left(x\right) \phi_j\left(x\right) dx = \delta_{k,j} \ ,$$
$$\delta_{k,j} = \begin{cases} 1\,,\ k = j \\ 0\,,\ k \neq j \end{cases} . \qquad (18)$$

Рівняння (17) з урахуванням (18) можна представити у матричній формі так [6]:

$$\mathbf{T\Lambda}^{d_1,d_2} = \frac{1}{2^{(d-1)}} \mathbf{\Lambda}^{d_1,d_2} \ ,\ d = d_1 + d_2 \ ,$$
$$t_{l,q} = \sum_{p=0}^{2N-1} a_p a_{q-2l+p} \ ,\ \ l, q = 0,1,\dots,2N-1 \ , \qquad (19)$$

Система рівнянь (19) є однорідною, тобто має більше, ніж один розв'язок. Для того, щоб система рівнянь мала один розв'язок, в [6] було запропоновано додати рівняння, що виведене із властивостей моментів вейвлетів *M*:

$$d\,! = (-1)^d \sum_{l=2-N}^{N-2} M_l^d \Lambda_l^{0,d} \,, \qquad \Lambda_l^{d_1,d_2} = (-1)^{d_1} \Lambda_l^{0,d} \,,\; M_l^d = \int_{-\infty}^{+\infty} x^d \phi_l(x)\,dx. \tag{20}$$

Метод обчислення інтегрального виразу (20) базується на властивості вейвлет – функцій щодо ортонормованості [7]:

$$M_i^j = \frac{1}{2\left(2^j - 1\right)} \sum_{k=0}^{j} \binom{j}{k} i^{j-k} \sum_{l=0}^{k-1} \binom{k}{l} M_0^l \left(\sum_{i=0}^{N-1} a_i i^{k-l} \right), \qquad M_0^0 = 1\,, \tag{21}$$

де a_i – коефіцієнти вейвлет функції.

Із врахуванням (19) та (20) система рівнянь (11) матиме такий вид [6]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T} - \dfrac{\delta_{i,j}}{2^{d-1}} \\ \mathbf{M}^d \end{bmatrix} \mathbf{\Lambda}^{d_1,d_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ d\,! \end{bmatrix}, \tag{22}$$

де $\mathbf{M}^d$ – вектор із N_x -1 елементами; i, j – розміри матриці **T**.

Система рівнянь (22) може бути застосована до розв'язку будь-яких диференціальних рівнянь першого порядку.

Алгоритм розв'язку

Розв'яжемо гармонійне диференційне рівняння, що описує поширення хвилі [6]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + Du = 0, \; \begin{cases} u(0) = 0, \\ u(1) = 1, \end{cases} \tag{23}$$

де x – пройдена відстань; D – константа, що відповідає за розподіл коливань по шляху поширення; u – зміщення елементарного об'єму пружного середовища.

Рівняння (23) має характеристичний поліном:

$$k^2 + D = 0,\; k = \frac{2\pi}{\lambda}\,, \tag{24}$$

де k – хвильове число, λ – довжина хвилі.

Кількість довжин N_λ хвиль у відрізку [0, 1] буде такою:

$$N_\lambda = \frac{1-0}{\lambda} = \frac{\sqrt{D}}{\lambda}\,. \tag{25}$$

Для застосування методу Галеркіна домножимо (23) на вейвлет функцію φ_k та проінтегруємо отримане рівняння по вибраному відрізку:

$$\int_0^1 \varphi_k \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + Du \right] dx = 0\,. \tag{26}$$

Представимо незалежну змінну u у дискретному вигляді:

$$u(x) = \sum_{l=1}^{N_x} f_l \varphi_l(x)\,,\; f_l = \langle u, \varphi_l \rangle\,, \tag{27}$$

де N_x – максимальна кількість точок дискретизації на вибраному відрізку.

Підстановка (27) в (26) утворює рівняння у так званій слабкій формі, що властива теорії опору матеріалів для обчислення повної енергії у пружному середовищі. Саме це рівняння було в основі ідеї Галеркіна при розвитку методу проектування рішення диференційного рівняння на систему ортонормованих функцій [6]:

$$\int_0^1 D\varphi_k \sum_{l=1}^{N_x} f_l \varphi_l(x) dx + \int_0^1 \varphi_k \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\sum_{l=1}^{N_x} f_l \varphi_l(x) \right) dx = 0\,. \tag{28}$$

В (28) знак суми можна винести за дужки. Тоді:

$$\sum_{l=1}^{N_x} f_l \left(D \int_0^1 \varphi_k \varphi_l dx + \int_0^1 \varphi_k \varphi_l'' \frac{\partial^2}{\partial x^2} dx \right) = 0\,. \tag{29}$$

В (29) інтеграли можна спростити, виходячи із властивостей вейвлет – функцій так:

$$\sum_{l=1}^{N_x} f_l \left(D\delta_{k,l} + \Omega_{l-k}^{0,2} \right) = 0\,. \tag{30}$$

Індекси l та k заповнюють елементами матриці (11). Проте, для врахування граничних умов та стабільності розв'язку, в праці [0] було запропоновано збільшити кількість елементів в матрицях, заповнивши їх нулями. Розмір матриці **A** буде (N_x + 2[N – 1]) на (N_x + 2[N – 1]).

Граничні умови, накладені на поширення пружних коливань в (23), замінюють елементи відповідно першого і останнього рядка в системі

(11) на такі [6]:

$$\sum_{l=1}^{N_x} f_l \delta_{k,l} = 0, \Leftrightarrow u(0) = 0, \ \sum_{l=1}^{N_x} f_l \delta_{k,l} = 1, \Leftrightarrow u(1) = 1. \quad (31)$$

Для проведення обчислення диференційного рівняння, що описує поширення хвилі (23) на основі запропонованого методу представимо алгоритм розв'язки (рис. 1). Алгоритм складається із таких логічних кроків:

– введення величини хвильового параметру *D* порядку вейвлету Добеші та кількості точок дискретизації N_x, які повинні бути кратними числу 2;

– розрахунок необхідних внутрішніх змінних, що позначають індекси в матриці **A** та **T,** відповідно, в (11) та (22);

– створення розрідженої матриці **A**, у якої існують тільки діагональні елементи, що дорівнюють хвильовому параметру *D*;

– розрахунок коефіцієнтів з'єднання. При цьому застосовуються фіктивні границі для побудови матриці **T**;

– три подвійних цикли призначені для обчислення елементів матриці **A**. Перший подвійний цикл обчислює елементи, що відповідають коефіцієнтам системи рівнянь без урахування граничних умов, тобто в циклі обчислюється середина матриці. Зовнішній цикл проводить ітерацію по рядках, внутрішній – по колонках У наступних двох подвійних циклах обчислюються елементи верхніх та нижніх рядків матриці **A**. Перший та останній рядки описують граничні умови.;

– створюється вектор правої частини системи рівнянь **R**, кожен елемент якого дорівнює нулю;

– в наступних трьох операціях задаються граничні умови;

– підпрограма Fb = A-1·R фактично проводить обчислення результатів. Наступні операції пов'язані із виокремленням результату із фіктивних граничних умов та його запису.

Результати обчислення коефіцієнтів з'єднання (табл. 1) показані для виразу $D\delta_{k,l} - \Omega_{l-k}^{0,2}$. Із збільшенням рівня вейвлетів Добеші кількість коефіцієнтів зростає згідно виразу 2*N* – 3. Коефіцієнти з'єднання є практично одного порядку, що дозволяє зробити роботу алгоритму більш стабільною незалежно від кількості точок дискретизації і рівня вейвлет – функцій.

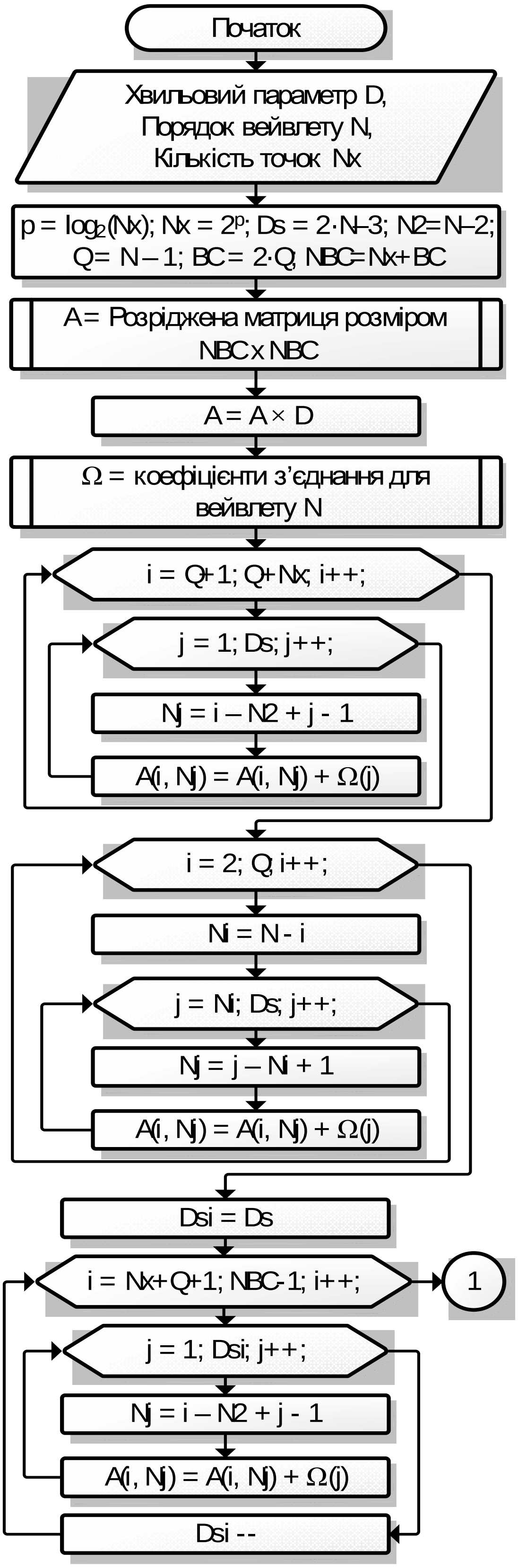
Обчислення диференційного рівняння поширення пружних коливань двома рівнями вейвлет – функцій Добеші (табл. 2), показує, що початкові значення дещо зсуваються, проте кінцеві є однаковими. Така особливість результатів обчислення ставить вимоги щодо уточнення вірних границь ділянки (її довжини) для кожного вибраного рівня вейвлет–функції окремо при подальшому дослідженні поширення ультразвукових хвиль в реальних об'єктах.

Для більш глибокого розуміння роботи алгоритму представлено розподіл елементів матриці **A** перед початком підпрограми обчислення результатів (рис. 2). Матриця має строго діагональну структуру. При збільшенні рівня вейвлет – функцій структура матриці **A** буде ускладнюватись.

Результати обчислення диференційного рівняння поширення ультразвукової хвилі для вищого рівня вейвлет–функції Добеші (рис. 3) показують, що гармонійне збудження має місце в другій половині ділянки дослідження.

Таблиця 1 – Результати розрахунку коефіцієнтів з'єднання Ω для різних порядками *N* вейвлетів Добеші

N = 6	N = 8	N = 10
-0,0154	-0,0224	-0,0284
-0,0115	-0,0187	-0,0249
-0,0077	-0,0150	-0,0213
-0,0038	-0,0112	-0,0178
0,0000	-0,0075	-0,0142
0,0038	-0,0037	-0,0107
0,0077	0,0000	-0,0071
0,0115	0,0037	-0,0036
0,0154	0,0075	0,0000
	0,0112	0,0036
	0,0150	0,0071
	0,0187	0,0107
	0,0224	0,0142
		0,0178
		0,0213
		0,0249
		0,0284



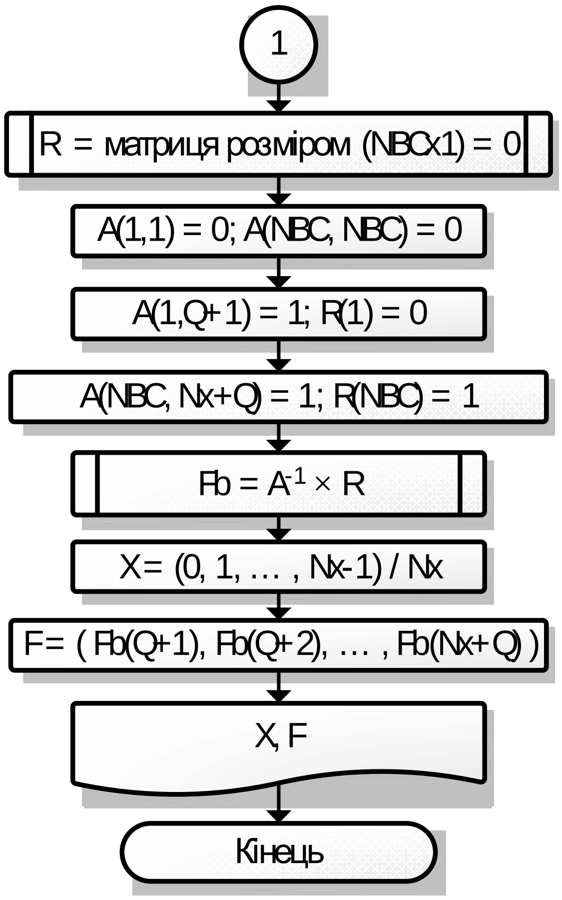


Рисунок 1 – Алгоритм обчислення параметрів поширення ультразвукової хвилі

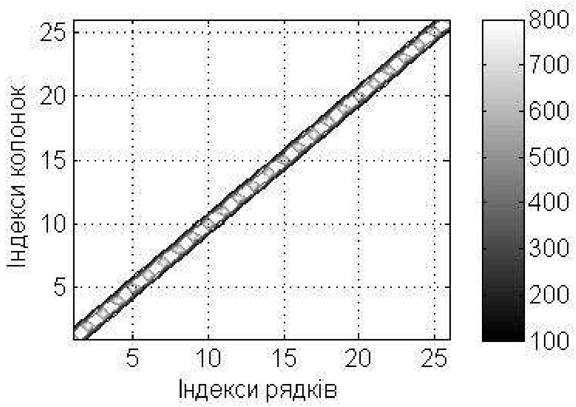


Рисунок 2 – Зображення матриці A для вейвлета Добеші N = 6

Таблиця 2 – Результати розрахунку вектора F двома порядками *N* вейвлетів Добеші

Точки осі x	N = 6	N = 8
0,00	-3,63E-30	1,09E-20
0,06	-1,03E-14	9,95E-10
0,13	-2,86E-14	2,35E-09
0,19	-5,03E-14	3,77E-09
0,25	2,39E-10	-1,62E-05
0,31	7,17E-10	-4,05E-05
0,38	1,28E-09	-6,61E-05
0,44	1,72E-09	-8,76E-05
0,50	-1,38E-05	-1,01E-04
0,56	-3,11E-05	-1,02E-04
0,63	-4,41E-05	6,43E-01
0,69	-4,73E-05	1,07E+00
0,75	8,00E-01	1,30E+00
0,81	1,20E+00	1,36E+00
0,88	1,25E+00	1,25E+00
0,94	1,00E+00	1,00E+00

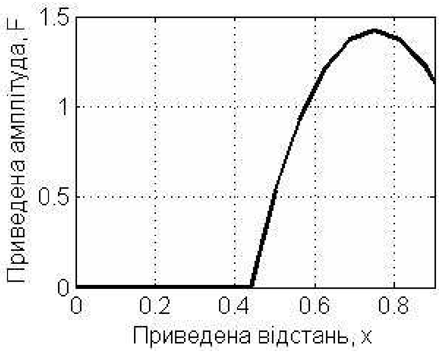


Рисунок 3 – Розв'язок рівняння поширення хвилі для вейвлета Добеші *N* = 10

ВИСНОВКИ

В роботі проведено розроблення методу обчислення диференційних рівнянь, що описують поширення ультразвукової хвилі в пружному середовищі методом Галеркіна на основі проекційного методу з використанням вейвлет – функцій. В результаті встановлено, що розроблений метод може проводити аналіз параметрів поширення ультразвукової хвилі на основі вейвлетів Добеші рівня 6, 8 та 10. Збільшення рівня вейвлетів Добеші вимагає збільшення кількості точок дискретизації аналізованого шляху, що збільшує час обчислення та вимоги до ресурсів комп'ютера, при цьому точність результатів зростає не значно. Метод дозволяє проводити аналіз поширення хвилі на будь-якій відстані. Результати розрахунків диференційного рівняння можуть порівнюватись із результатами контролю, що дозволить аналізувати наявність дефектів та зміну механічних властивостей середовища поширення ультразвукової хвилі.

1. Yousefi H. Wavelet Based Simulation of Elastic Wave Propagation. Wave Propagation. Theories and Applications [Text] / H. Yousefi and A. Noorzad.- InTech, 2013.- P.354-380.- ISBN 9789535109792. 2. Goedecker S. Wavelets and Their Application for the Solution of Partial Differential Equations in Physics [Text] /S. Goedecker.- Stuttgart, Germany: Max-Planck Institute for Solid State Research, 2009.- 72 p.- ISBN 2880743982. 3. Beylkin, G. Fast wavelet transforms and numerical algorithms [Text] / G. Beylkin, R. Coifman, V. Rokhlin // I. Communications on pure and applied mathematics.- 1991.- 44(2).- P. 141-183. 4. Mallat S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation / S. G. Mallat // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.- 1989.- 11(7.- P. 674-693. 5. Mishra V. Wavelet Galerkin Solutions of Ordinary Differential Equations / V. Mirsha, Sabina // Int. Journal of Math. Analysis.- 2011.- Vol. 5.- no. 9.- P. 407 – 424. 6. Besora J. Galerkin Wavelet Method for Global Waves in 1D [Text] : Master Thesis: 2004 / J. Besora.- Stockholm, 2004.- 43 p. 7. Latto, A. The evaluation of connection coefficients of compactly supported wavelets [Text] / A. Latto, H. L. Resnikoff, & E. Tenenbaum // In Proceedings of the French-USA Workshop on Wavelets and Turbulence.- New York, 1991.- P. 76-89. 8. Lu D. Treatment of Boundary Conditions in the Application of Wavelet-Galerkin Method to a SH Wave Problem [Text] / Dianfeng Lu, Tadashi Ohyoshi, Lin Zhu // Akita University.- 1996.- P. 1-10.

Поступила в редакцію 04.06.2013р.

Рекомендував до друку докт. техн. наук, проф. Горбійчук М. І.