

МЕТОДИ І ЗАСОБИ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ

УДК 519.254

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ВИБРОДИАГНОСТИКИ ПО МИНИМУМУ СРЕДНЕГО РИСКА

Р. П. Мигущенко

*Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»,
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, 61002, e-mail: mrp1@bk.ru*

Розглянута задача оптимізації простору інформативних параметрів локалізованих частотно-часових моделей віброцигалів за критерієм мінімуму повної ймовірності помилки діагностики, що здійснена на основі коваріаційного аналізу результатів вейвлет-перетворення спектрально-нестационарних віброцигалів при діагностиці стану промислових вібраційних об'єктів. В статті показано, що інформативними параметрами при аналізі віброцигалу для проведення контролю та діагностики можуть бути дисперсійні оцінки і критеріальні F-статистики тестування результатів вейвлет-перетворення, які залежать від масштабу і зсуву. Мінімум ймовірності помилки діагностики визначається на основі оптимальної кількості статистик, які описують промисловий вібраційний об'єкт та оптимального співвідношення помилок першого та другого роду.

Ключові слова: віброцигали, вейвлет-перетворення, коваріаційний аналіз, ймовірнісна модель, ймовірність помилки.

Рассмотрена задача оптимизации пространства информативных параметров локализованных частотно-временных моделей вибросигналов по критерию минимума полной вероятности ошибки диагностики, которая осуществлена на основе ковариационного анализа результатов вейвлет-преобразования спектрально-нестационарных вибросигналов при диагностике состояния промышленных вибрационных объектов. В статье показано, что информативными параметрами при анализе вибрации для проведения контроля и диагностики могут быть дисперсионные оценки и критериальные F-статистики тестирования результатов вейвлет-преобразования, которые зависят от масштаба и сдвига. Минимум вероятности ошибки диагностики определяется на основе оптимального количества статистик, описывающих промышленный вибрационный объект, и оптимального соотношения ошибок первого и второго рода.

Ключевые слова: вибросигнал, вейвлет-преобразования, ковариационный анализ, вероятностная модель, вероятность ошибки.

The problem of optimizing the informative parameters space of the localized time-frequency vibration signals patterns on the criterion for minimum total diagnostic error probability. It was performed on the covariance analysis basis for results of the wavelet-transform spectrally non-stationary vibration signals at the diagnostics of the industrial vibrating objects state. The paper shows that dispersed and evaluation criterion F-statistic test results of wavelet transformation, which depend on the scale and offset, can be used as informative parameters for vibration analysis, control performing and diagnostics. Minimum of error diagnosis probability defined on the basis of optimal statistics number and the optimum ratio for the first and second errors kind which describe industrial vibrating object.

Keywords: vibrosygnal, wavelet transform, covariance analysis, probability model, probability of error.

Постановка проблеми

При використанні в задачах технічної функціональної діагностики випадкових вібраційних вимірних сигналів максимальне кількість інформації об зміні стану об'єкта діагностики

несуть те параметри сигналу, які залежать від зміни його спектральної нестационарності, яка супроводжує будь-які зміни стану об'єкта і може бути виявлена з максимальною ефективністю тільки при урахуванні ймовірнісних властивостей спектрально-нестационарного віброцигалу. Модель

диагностики в этом случае должна быть только вероятностной, а процедура принятия решения о виде состояния должна основываться на математических моделях дискриминантного анализа. Повышение достоверности диагностики в этом случае может быть осуществлено за счет оптимального формирования пространства информационных диагностических параметров. Целевой функцией оптимизации будет являться средний риск, который функционально определяется вероятностями ошибок диагностики первого и второго рода.

К сожалению, вероятностные модели объектов вибродиагностики в теоретическом плане исследованы слабо, особенно для моделей с большой размерностью. Оптимизация таких моделей в условиях большого остаточного шума вибросигнала – это проблема даже для альтернативной диагностики, когда число состояний не превышает двух.

Анализ литературы

Теоретические вопросы совершенствования процедур, алгоритмов, математических моделей диагностики объектов с динамическими свойствами – это прежде всего вопросы, относящиеся к актуальной проблеме статистического синтеза в условиях априорной неопределенности [1-3]. Критерий качества в подобных задачах базируется на использовании вероятностных моделей среднего риска [4], основу которых составляют риски контроля первого и второго рода [5]. Однако, если в задачах статистической радиоэлектроники, технической кибернетики, теории статистического синтеза информационных систем проблема оптимизации получила большой набор практически реализуемых математических решений [6-8], то в теории вибродиагностики такие решения – дело будущего.

Цель статьи

Определение возможности применения математических моделей теории оптимальных статистических решений в задаче поиска оптимального по минимуму вероятности ошибки диагностики, числа информативных параметров спектрально-нестационарных вибросигналов.

Анализ сигналов и его свойств при функциональной вибродиагностике объектов

Измерительные вибросигналы, которые получены от первичных преобразователей, установленных на промышленных объектах, в

состоянии идентифицировать состояние этих объектов. Функциональная диагностика при этом основывается на применении соответствующего статистического аппарата обработки вибросигналов. К таковым относятся спектральный, дисперсионный, регрессионный, ковариационный и другие известные виды статистического анализа. В данной статье для функциональной диагностики объектов рассмотрено использование сравнительно нового кратно-масштабного анализа, основанного на вейвлет-преобразовании, который особенно эффективен при анализе нестационарных вибросигналов.

На рис. 1 представлены типовые реализации сигналов $x(t)$, полученных от виброакселерометра АП18, установленного на трубку топливного насоса высокого давления дизельного двигателя Д80 при диагностике состояния топливной системы тепловозов ТГМ4.

Сигнал $x(t)$ на рис.1, а соответствует исправному состоянию форсунки дизельного двигателя, а на рис. 1, б – неисправному. Для проведения функциональной диагностики целесообразно временные реализации $x(t)$ представить в частотном виде, когда диагностические признаки становятся более явными. Использование непрерывного дискретизированного вейвлет-преобразования позволяет преобразовать линейное изображение $x(t)$ в трехмерное $W_{g_k}(a, b)x = Y$ с координатами масштаба a (частота) и сдвига b (время) [9]:

$$W_{g_k}(a, b)x = \frac{a}{\sqrt{C_{g_k}|a|}} \sum_{i=1}^N x_i \left[g_{k-1} \left(\frac{t_{i-1}-b}{a} \right) - g_{k-1} \left(\frac{t_i-b}{a} \right) \right], \quad (1)$$

где $W_{g_k}(a, b)x$ – вейвлет-коэффициенты, которые вычислены при помощи гаусовского вейвлета k -го порядка; $g_{k-1}(t)$ – гаусовский материнский вейвлет $(k-1)$ -го порядка; C_{g_k} – нормировочный множитель; x_i – отсчеты реализации $x(t)$ в моменты времени t_i , $i = 1, N$.

Выражение (1) позволяет сформировать двумерное, в пространстве масштаба a и сдвига b , множество коэффициентов $W_{sl} = W_{g_k}(a_s, b_l)x$, где $s = \overline{1, S}$, $l = \overline{1, L}$. Используя сечения такого двумерного множества отдельно по a и отдельно по b , можно получить два набора одномерных последовательностей W_{sl} при условиях: $a_s = \overline{const}$, $s = \overline{1, S}$, $b = \overline{b_1, b_L}$ и $b_l = \overline{const}$, $l = \overline{1, L}$, $a = \overline{a_1, a_S}$.

Основную информацию о спектральных изменениях на интервале наблюдения (t_1, t_N) несут подмножества коэффициентов $\{W_{ll} \}_{J_1}^L$, $\{W_{2l} \}_{J_1}^L, \dots, \{W_{sl} \}_{J_1}^L$ и $\{W_{s1} \}_{J_1}^S, \{W_{s2} \}_{J_1}^S, \dots, \{W_{sl} \}_{J_1}^S$. Используя S подмножеств таких коэффициентов (для каждого из фиксированных значений масштаба $a_s, s = \overline{1, S}$, или сдвига $b_l, l = \overline{1, L}$), можно выделить по два подмножества информативных параметров, реагирующих на изменения вейвлет-коэффициентов вдоль оси времени (сдвига) или оси частот (масштаба). Такими параметрами, например, для масштабов a_s будут являться:

1) дисперсии $D_{W_1}, D_{W_2}, \dots, D_{W_S}$ коэффициентов W_{Sl} , вычисленных для каждого из масштабов a_1, \dots, a_S по подмножествам $\{W_{ll} \}_{J_1}^L, \dots, \{W_{Sl} \}_{J_1}^L$;

2) нормированные коэффициенты парной линейной корреляции R_1, \dots, R_S подмножеств $\{W_{ll} \}_{J_1}^L, \dots, \{W_{Sl} \}_{J_1}^L$ с временем наблюдения t .

Для учета объема выборочных значений времени t_L (по числу L сдвигов во времени наблюдения), вместо коэффициентов корреляции R_1, \dots, R_S , удобно использовать F -статистики $F_{01}, \dots, F_{0s}, \dots, F_{0S}$ дисперсионного отношения [10]:

$$F_{0s} = \frac{R_s^2}{(1 - R_s^2)}(L - 2), \quad s = \overline{1, S}. \quad (2)$$

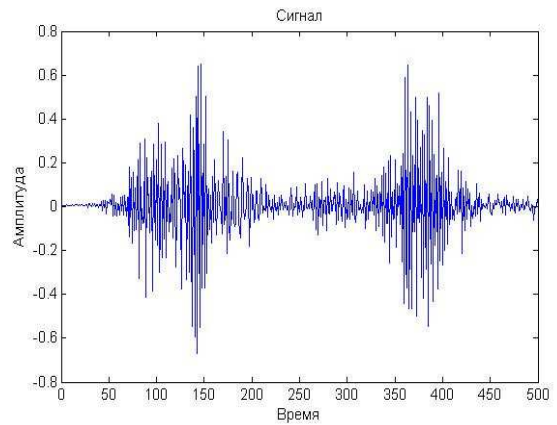
Дисперсии $\{D_{W_s} \}_{J_1}^L$ можно вычислить по известному выражению [10]:

$$D_{W_s} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L W_{sl}^2 - \left(\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L W_{sl} \right)^2, \quad s = \overline{1, S}. \quad (3)$$

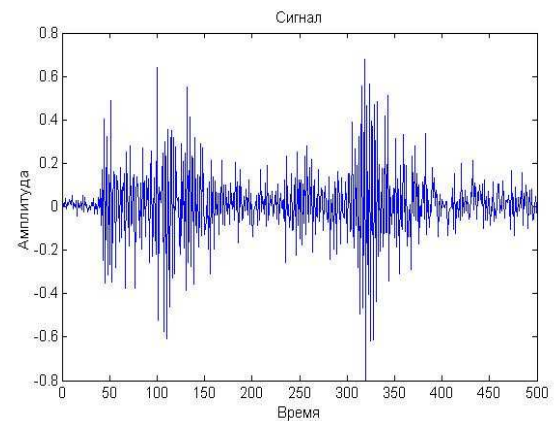
Аналогично, если использовать сдвиги b_1, \dots, b_L , то соответствующие дисперсии D_{W_1}, \dots, D_{W_L} и F -статистики F_{01}, \dots, F_{0L} будут функциями значений частот (масштабов a_1, \dots, a_S).

Вероятностная модель вибродиагностики

Такая модель может быть построена в результате преобразования входных значений параметров $\{F_{0s} \}_{J_1}^L, \{D_{W_s} \}_{J_1}^L, \{F_{0l} \}_{J_1}^S, \{D_{Wl} \}_{J_1}^S$ в решения $\{\gamma_m \}_{J_0}^M$ о виде состояния $\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_M$ объекта вибродиагностики.



а)



б)

Рисунок 1 – Вибросигналы, соответствующие рабочему а) и неисправному б) состоянию форсунки дизельных двигателей

Ограничимся альтернативной диагностикой ($M = 1$), когда число решений не превышает двух: γ_0 и γ_1 . Зададимся формальным условием априорной определенности условных законов распределения $\{f(F_{0s}|\pi_m)\}_{J_1}^L, \{f(D_{W_s}|\pi_m)\}_{J_1}^L, \{f(D_{0l}|\pi_m)\}_{J_1}^S, \{f(D_{Wl}|\pi_m)\}_{J_1}^S, \quad m = \overline{0, 1}$ информативных параметров подмножеств $\{F_{0s} \}_{J_1}^L, \{D_{W_s} \}_{J_1}^L, \{F_{0l} \}_{J_1}^S, \{D_{Wl} \}_{J_1}^S$.

Если априорные вероятности q_0, q_1 состояний π_0 и π_1 неизвестны и не оговорены потери от принятия ошибочных решений, то, исходя из критерия максимального правдоподобия, минимизирующего средний риск в принятии решений γ_0 и γ_1 [4], можно построить процедуру диагностики в виде математической модели:

$$\frac{\prod_{l=1}^L [f(F_{0l}|\pi_0) \cdot f(D_{Wl}|\pi_0)] \cdot \prod_{s=1}^S [f(F_{0s}|\pi_0) \cdot f(D_{Ws}|\pi_0)]^{\gamma_0}}{\prod_{l=1}^L [f(F_{0l}|\pi_1) \cdot f(D_{Wl}|\pi_1)] \cdot \prod_{s=1}^S [f(F_{0s}|\pi_1) \cdot f(D_{Ws}|\pi_1)]^{\gamma_1}} > 1. (4)$$

Логарифмируя левую и правую части неравенства (4), получим:

$$\sum_{l=1}^L [\ln(F_{0l}|\pi_0) + \ln(D_{Wl}|\pi_0)] + \sum_{s=1}^S [\ln(F_{0s}|\pi_0) + \ln(D_{Ws}|\pi_0)] > \sum_{l=1}^L [\ln(F_{0l}|\pi_1) + \ln(D_{Wl}|\pi_1)] + \sum_{s=1}^S [\ln(F_{0s}|\pi_1) + \ln(D_{Ws}|\pi_1)]. (5)$$

Если у выражениях (2) и (3) значения L достаточно велики ($L > 30$), то плотности распределения статистик F_{0s} , D_{Ws} , F_{0l} , D_{Wl} стремятся, по вероятности, к нормальным законам распределения вероятностей [11]. В этом случае суммы левой и правой частей неравенства (5) будут квадратичными формами от нормальных случайных величин, нормировка которых по дисперсиям для $\{F_{0s}\}_1^S$, $\{D_{Ws}\}_1^S$, $\{F_{0l}\}_1^L$ и $\{D_{Wl}\}_1^L$ превращает плотности законов распределения для левой и правой частей, соответственно, в центральное χ_S^2 и нецентральное $\chi_{S,\lambda}^2$ распределения, где λ – параметр нецентральности [11].

Средний риск при единичной матрице потерь [7, 8] в этом случае можно выразить уравнением [4]:

$$\bar{R} = q_0 \int_{\chi_{кр}^2}^{\infty} f(\chi^2) d\chi^2 + q_1 \int_0^{\chi_{кр}^2} f(\chi'^2) d\chi'^2, (6)$$

где χ^2 – случайная величина, имеющая центральное хи-квадрат распределение с S степенями свободы; χ'^2 – случайная величина, имеющая нецентральное хи-квадрат распределение с S степенями свободы и параметром нецентральности λ .

Минимум среднего риска определяется равенством нулю первой производной для (6) при единственном значении корня $\chi_{кр}$, определяющего минимум среднего риска \bar{R} . В общем виде минимум среднего риска \bar{R} определяется как корень уравнения:

$$q_0 \frac{\chi_{кр}^{S-1} \cdot e^{-\frac{\chi_{кр}}{2}}}{2^{\frac{S}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{S}{2}\right)} - q_1 \sum_{i=0}^{\infty} \left[\frac{\left(\frac{S+2i-1}{2}\right) \cdot e^{-\frac{\chi_{кр}}{2}}}{2^{\left(\frac{S+2i}{2}\right)} \cdot \Gamma\left(\frac{S+2i}{2}\right)} \right] \cdot \left(\frac{\lambda}{2}\right)^i \cdot \frac{e^{-\frac{\lambda}{2}}}{i!} = 0, (7)$$

где параметр нецентральности λ определяется по результатам эксперимента при калибровке модели диагностики (4).

После нахождения $\chi_{кр}$ риски диагностики 1-го и 2-го рода вычисляются по уравнениям

$$\alpha = \int_{\chi_{кр}}^{\infty} f(\chi^2) d\chi^2, (8)$$

$$\beta = \int_0^{\chi_{кр}} f(\chi'^2) d\chi'^2. (9)$$

Средний риск \bar{R} вычисляем по выражению (6), в котором первое слагаемое соответствует α , а второе – β :

$$\bar{R} = q_0 \alpha + q_1 \beta. (10)$$

Выражение (7) минимизирует средний риск (10) для найденного значения корня $\chi_{кр}$, что позволяет подобрать такие сочетания масштабов a_s и их количество S , которые обеспечивают глобальный минимум среднего риска \bar{R} , а следовательно и глобальный минимум вероятности ошибки вибродиагностики.

Экспериментальная проверка процедуры оптимизации

Исследование вероятностной модели вибродиагностики было проведено в ходе физического эксперимента при испытаниях дизельных агрегатов Д80 тепловозов ТГМ4. Объектом испытаний являлась топливная система агрегата, для которой задавалось одно из двух состояний: π_0 – исправное (рабочее) состояние форсунок, π_1 – неисправное (с нарушенной работоспособностью) состояние для одной из форсунок. По каждому из состояний были получены верифицированные (для состояния π_0 и состояния π_1) выборки по 64 периода в каждой. Типичные реализации таких периодов для состояний π_0 и π_1

показаны на рис. 1.

Обработка результатов измерений вибросигналов включает следующие этапы.

1. Вейвлет-преобразование в соответствии с математической моделью (1).

2. Вычисление подмножеств дисперсий вейвлет-коэффициентов $\{D_{Ws}\}_1^L$, $\{D_{Wl}\}_1^S$ и подмножеств F -статистик $\{F_{0s}\}_1^L$, $\{F_{0l}\}_1^S$ при значениях $S = 15$ и $L = 24$.

3. Определение среднего риска (10) отдельно для каждой s -той и l -той составляющей одного из четырех векторов параметров F_{0s} , F_{0l} , D_{Ws} , D_{Wl} , используя одну из четырех преобразованных моделей (5), с учетом априорных вероятностей q_0 и q_1 ($q_0 = 0.95$, $q_1 = 0.05$):

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln(F_{0s}|\pi_0) \underset{\gamma_1}{>} \ln(F_{0s}|\pi_1); \\ \ln(F_{0l}|\pi_0) \underset{\gamma_1}{>} \ln(F_{0l}|\pi_1); \\ \ln(D_{Ws}|\pi_0) \underset{\gamma_1}{>} \ln(D_{Ws}|\pi_1); \\ \ln(D_{Wl}|\pi_0) \underset{\gamma_1}{>} \ln(D_{Wl}|\pi_1); \end{array} \right.$$

где $s = \overline{1, 15}$, $l = \overline{1, 24}$.

4. Ранжирование s -тых и l -тых составляющих векторов информативных параметров по убыванию их среднего риска \bar{R} .

5. Последовательное формирование с нарастанием размерности пространства информативных составляющих векторов F_{0s} , F_{0l} , D_{Ws} , D_{Wl} по правилу:

а) к первой составляющей, имеющей минимальное значение \bar{R} (размерность модели диагностики $M = 1$), добавляется вторая из ранжированного ряда (п. 4), после чего вычисляется суммарный средний риск \bar{R}_Σ (для модели диагностики размерности $M = 2$);

б) к двум наиболее информативным составляющим добавляется третья по порядку расположения ранжированных значений и снова вычисляется средний риск \bar{R}_Σ (размерность

диагностической модели равна $M = 3$);

в) к трем составляющим из ранжированного ряда добавляют очередную четвертую и снова вычисляют риск \bar{R}_Σ ($M = 4$) и т.д.;

г) последовательное формирование пространства диагностической модели заканчивают, как только достигнут глобальный минимум суммарного среднего риска \bar{R}_Σ . В этом случае величина M пространства информативных параметров считается оптимальной.

6. Значения уровней масштабов и сдвигов для составляющих F -статистик и дисперсий вейвлет-коэффициентов, обеспечивающих минимум \bar{R}_Σ , фиксируются и могут быть использованы для вейвлет-преобразований новых сигналов с неизвестными состояниями π_0 и π_1 и последующей их классификации (диагностики состояния). При этом возникает минимально возможная вероятность полной ошибки диагностики.

7. Модель диагностики базируется на критериальной статистике отношения максимального правдоподобия:

$$d = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sum_{j=1}^K (F_j^{*(0)} - F_j^{*(1)})^2}{\sum_{j=1}^K (F_j^{*(0)} + F_j^{*(1)})} + \frac{\sum_{j=1}^K (D_j^{*(0)} - D_j^{*(1)})^2}{\sum_{j=1}^K (D_j^{*(0)} + D_j^{*(1)})} \right\},$$

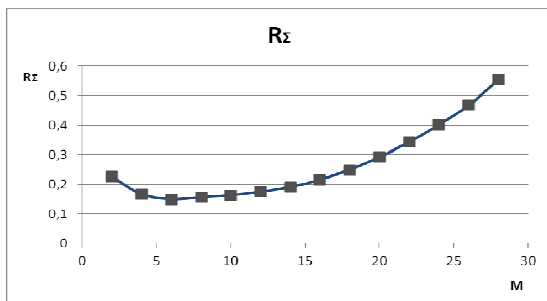
где $F_j^{*(0)}$ и $F_j^{*(1)}$ – оценки средних значений статистик $F_j^{(0)}$ и $F_j^{(1)}$; $D_j^{*(0)}$ и $D_j^{*(1)}$ – оценки средних значений дисперсий $D_j^{(0)}$ и $D_j^{(1)}$; $F_j^{(0)}$ и $F_j^{(1)}$ информативные F -статистики, характеризующие, соответственно, состояния π_0 и π_1 объекта диагностики; $D_j^{(0)}$ и $D_j^{(1)}$ дисперсии, характеризующие состояния π_0 и π_1 объекта диагностики; d – сумма квадратов геометрического расстояния между векторами $F_j^{*(0)}$, $F_j^{*(1)}$ и $D_j^{*(0)}$, $D_j^{*(1)}$.

Решение γ_0 (объект исправен) и γ_1 (объект неисправен) принимают в соответствии с неравенствами:

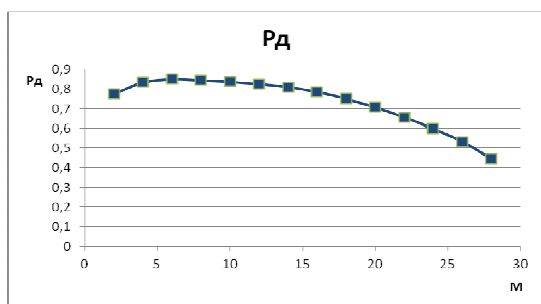
$$\begin{array}{l} \gamma_0: d < \chi_{кр}^2, \\ \gamma_1: d \geq \chi_{кр}^2. \end{array}$$

При этом гарантируется минимальное значение среднего риска \bar{R}_Σ .

На рис. 2, а, б представлены зависимости \bar{R}_Σ и достоверности P_D от размерности M по результатам экспериментальных исследований.



а)



б)

Рисунок 2 – Зависимости среднего риска (а) и достоверности (б) диагностики от размерности пространства информативных вейвлет-параметров

Графические реализации зависимости достоверности P_D и среднего риска \bar{R}_Σ от размерности M пространства информативных признаков получены при использовании одновременно дисперсий D_W и F -статистик, отражающих изменения вейвлет-коэффициентов как по масштабу, так и по сдвигу.

Следует отметить, что в оптимальное пространство вошли восемь дисперсий вейвлет-коэффициентов, рассчитанных по сдвигу ($a_s = const$), и семь F -статистик, рассчитанных по масштабу ($b_l = const$).

ВЫВОДЫ

1. Использование критерия минимума среднего риска позволяет не только максимизировать достоверность вибродиагностики, но и выбрать статистически значимые значения параметров a и b в модели вейвлет-преобразования (1). 2. Эксперимент наглядно

показал, что дисперсии вейвлет-коэффициентов наиболее информативны в отношении смены диагностируемых состояний, когда используется шкала времени (сдвига), а F -статистики – когда используют шкалу частот (масштаба).

1. Малайчук В.П. Інформаційно-вимірювальні технології неруйнівного контролю: навч. посіб. / В.П. Малайчук, О.В. Мозговой, О.М. Петренко – Дніпропетровськ: РВВ ДНУ, 2001. – 240 с. 2. Саврасов Ю.С. Оптимальные решения / Ю.С. Саврасов – М.: Радио и связь, 2000. – 152 с. 3. Щапов П.Ф. Повышение достоверности контроля и диагностики объектов в условиях неопределенности: монография / П.Ф. Щапов, О.Г. Аврунин – Харьков: ХНАДУ, 2011. – 192 с. 4. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники: в 3-х кн. Кн. вторая. / Б.Р. Левин – М.: Сов. радио, 1975. – 392 с. 5. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю: навч. посіб. / Володарський Є.Т., Кухарчук В.В., Поджаренко В.О., Сердюк Г.Б. – Вінниця: Велес, 2001. – 219 с. 6. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники: в 3-х кн. Кн. третья / Б.Р. Левин. – М.: Советское радио, 1976. – 288 с. 7. Миленький А.В. Классификация сигналов в условиях неопределенности (статистические методы самообучения в распознавании образов) / А.В. Миленький – М.: Сов. Радио, 1985. – 329 с. 8. Бархатов В.А. Обнаружение сигналов и их классификация с помощью распознавания образов. / В.А. Бархатов // Дефектоскопия. – 2006. - № 4 – С.14-27. 9. Шитов А.Б. Разработка численных методов и программ, связанных с применением вейвлет-анализа для моделирования и обработки экспериментальных данных: Дис. канд. Техн. наук: 05.13.18.– Иваново, 2001.– 124 с. 10. Джонсон Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы планирования эксперимента / Н. Джонсон, Ф.Лион; пер. с англ. под ред. Э.К. Лецкого. – М.: Мир, 1981. – 520 с. 11. Джонсон Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы обработки данных / Н. Джонсон, Ф. Лион; пер с англ. Е.Г. Коваленко – М.: Мир, 1980. – 512 с.

Поступила в редакцію 27.02.2014р.

Рекомендували до друку: докт. техн. наук Кондрашов С. І. та докт. техн. наук Заміховський Л. М.