УДК 620.179.16: 620.179.17

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВИСОКОПРОДУКТИВНОГО МЕТОДА ВИЯВЛЕННЯ ДЕФЕКТІВ У ДОВГОМІРНИХ ВИРОБАХ

Г. М. Сучков, К. Л. Ноздрачова

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», вул. Фрунзе, 21, м. Харків, 61002, тел. (8-057) 707-69-34, e-mail: suchkov gm@mail.ru

Наведені результати теоретичних досліджень, спрямованих на підвищення продуктивності дефектоскопії прутків з різною формою перетину. Обґрунтовано принцип виявлення дефектів, орієнтованих різним чином у довгомірному виробі на всьому його протязі сукупним пакетом різнонаправлених об'ємних хвиль.

Приведены результаты теоретических исследований, направленных на повышение производительности дефектоскопии прутков с разной формой сечения. Обоснован принцип выявления дефектов, ориентированных различным образом в длинномерном изделии на всем его протяжении совокупным пакетом разнонаправленых обемных волн.

The results of the theoretical researches directed on increase of productivity defectoscopy of rods with the various form of cross-section are resulted. The principle of detection of defects of various orientation on all extent of a lengthy product of cumulative packat of the volume waves directed differently is developed and validated.

Катані вироби з різних металів і сплавів використовують практично у всіх галузях промисловості. У зв'язку із цим неруйнівний контроль прокату перед його подальшою обробкою або експлуатацією набуває величезного значення. Ультразвукова дефектоскопія виробів у вигляді стрижнів згідно зi стандартом ГОСТ 21120 повинна виконуватися по декількох напрямках периметра по всій довжині. Це призводить до значних втрат робочого часу. Особливо це стосується стрижнів і інших довгомірних виробів 3 малими розмірами перетину, наприклад, заготовок круглого, шестигранного, прямокутного й інших перетинів, листів, труб тощо. Таким чином має місце науково-технічна задача, яка полягає у виявленні дефектів без сканування поверхні виробу. Для її вирішення розроблено новий метод, суть якого викладено нижче.

Припустимо, що у виробі можливо сформувати просторовий пакет із сукупності різних типів хвиль, що поширюються уздовж його найбільшого розміру. Такий підхід доцільний тому, що при збудженні імпульсів пружних хвиль під кутом до поверхні стрижня перетином більше декількох довжин хвиль акустичних коливань відбувається трансформація й відбиття від границі матеріал-повітря. Таким чином, при багаторазових відбиттях і трансформаціях у виробі буде формуватися, на певній відстані від джерела акустичних хвиль, хвильовий пакет (рис. 1). Цей пакет буде складатися з великої кількості різних типів хвиль спрямованих під різними кутами до поверхні. Оскільки виріб обмежений по перетину, то такий хвильовий пакет буде поширюватися на значні відстані. Тобто, виникає можливість проводити контроль довгомірних виробів при не обов'язковості сканування по всій поверхні.





Рисунок 1 – Схема формування сукупності променів хвильового пакету в довгомірному виробі

Очевидно, що запропонований підхід не може застосовуватися для дефектоскопії як

достатньо тонких, так і досить товстих по діаметру виробів. Таку групу виробів пропонується назвати перехідною.

Під перехідним розміром перетину об'єкта контролю (OK) розуміємо розмір, при якому у виробі збуджуються й приймаються переважно поздовжні й зсувні об'ємні хвилі й хвилі Релея. При цьому мінімальний розмір виробу повинен перевищувати 3...5 довжин хвиль пружних коливань. З урахуванням того, що для контролю ОК звичайно застосовують мегагерцовий діапазон пружних коливань, мінімальний перетин доцільно обмежити величиною (діаметром стрижня) приблизно 10 мм. Менші типорозміри можна контролювати хвилями нормального типу (поздовжні, згинальні, крутильні т.д.), i забезпечуючи високу продуктивність. Більші типорозміри від 50 мм діаметром доцільно контролювати об'ємними хвилями відповідно до ГОСТ 21120. Оскільки В таких виробах неможливо сформувати пакети ультразвукових імпульсів, що заповнюють увесь поперечний переріз виробу через недостатню кількість перевідбиттів і трансформацій.

Таким чином, контроль ОК з перехідними розмірами об'ємним хвильовим пакетом дозволяє проводити ультразвуковий контроль по всій довжині лише з декількох установок перетворювача й виявляти дефекти з різною орієнтацією й розвитком у ОК. Це твердження тим. сформованому обумовлене шо У хвильовому пакеті завжди найдеться промінь, розташування орієнтація й місце якого забезпечить одержання відбитого від дефекту пакетного імпульсу (рис. 2-3). При цьому п'єзоелектричним похилим перетворювачем П (рис. 2) у циліндричний виріб під кутом до утворюючої випромінюються поперечні хвилі, які, перевідбиваючись від поверхні ОК у точках 1, 2, 3, 4 і далі, трансформуються в інші види хвиль. Наприклад, поперечна хвиля с_t, падаючи на поверхню ОК, трансформується в поздовжню *c*₁₁ і поперечну *c*₁₁ і т.д. Таким чином, відбувається заповнення всього об'єму ОК пакетами таких імпульсів. Якщо на шляху поширення імпульсів зустрічається дефект, то на його границі відбувається відбиття дифракція хвиль, частина яких поширюється в напрямку перетворювача (рис. 3).

Розглянемо модель відбиття і дифракції хвиль на дефекті [1]. Так як при прокатці довгомірних виробів виникають дефекти в основному витягнуті уздовж виробу, то представимо модель дефекту у вигляді поздовжнього отвору із плоским торцем довільної орієнтації з радіусом *b*, розташованим на осі зразка (рис. 4).



Рисунок 2 – Схема поширення ультразвукових імпульсів у стрижні з дефектом Д



Рисунок 3 – Схема поширення ультразвукових імпульсів у стрижні після відбиття і дифракції на дефекті Д

При цьому передбачається відсутність «обтікання» хвилею такого отвору. Розмістимо у точках 3 і 4 (рис. 3) умовні випромінюючий В перетворювачі, прийомний Π що представляють собою ділянки на поверхні ОК радіусом а із центрами О и О3 відповідно. Давач В випромінює поздовжню хвилю *n* раз трансформовану від границі виробу, наприклад, двічі відбиту cl2, яка у свою чергу розділяється на ct4 i cl3. При цьому cl3 падає на ділянку Sn прийомного перетворювача **VMOBHOГO** Π Математичну модель відбиття і дифракції хвиль побудуємо, використовуючи наближені методи.

Для цього визначимо вихідні передумови:

- хоча б один промінь сформованого акустичного пакета попадає на торець дефекту в ОК;

промінь - нехай хоча б один дефекті дифрагований на формує свій хвильовий пакет, який після перевідбиттів і трансформацій потрапить на прийомний перетворювач;

 хвиля повністю відбивається від торця дефекту; у найближчому до дефекта місці перевідбиття (трансформації) створимо умовний випромінювач В;

 у найближчому до дефекта місці створимо умовний приймач П для приймання дифрагованих та відбитих хвиль;

– радіуси *а* умовних перетворювачів однакові й малі у порівнянні з довжиною робочої поздовжньої хвилі, або $k_l a \ll 1$, $k_l -$ хвильове число поздовжніх хвиль;

 умовним випромінювачем В у виробі збуджуються пружні хвилі з деяким потенціалом;

 на умовний прийомний перетворювач П діє відносний тиск поздовжніх і поперечних хвиль, відбитих від дефекту.





а) – перетин XOZ; б) – перетин XOY

Рисунок 4 – Схема до розрахунку акустичного тракту для віртуальних круглих перетворювачів і дефекту у вигляді поздовжнього отвору із плоским торцем довільної орієнтації

Для оцінювальних розрахунків лія умовного випромінюючого перетворювача В моделюється у точці трансформації нормальним напруженням або пружним тиском (i3 протилежним знаком) [2]. Звичайно, при цьому тиск (або нормальна компонента напруги) вважається постійним в області трансформації й мається наувазі, що на іншій частині поверхні цей тиск дорівнює нулю. Якщо оцінка поля перетворювача проводитися умовного y скалярному наближенні (для поздовжніх хвиль без урахування поперечних), то зазначені граничні умови цілком достатні для розрахунків тиску, зсуву й коливальної швидкості поздовжніх хвиль у середовищі.

Скористаємося функцією Гріна стосовно рішення хвильового рівняння для точкового джерела. Так як вид функцій Гріна визначається видом поверхні S_n і властивостями середовища і не залежить від положення джерела випромінювання і від поля [3], яке створюється ним, одержимо наступний вираз для тиску P(R), який створюється умовним випромінюючим перетворювачем В із площею S_n , розташованим на поверхні ОК z = 0 у точці R = (x, y, z) [4]:

$$P(R) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma} \left\{ \frac{\exp(ik_1R_1)}{R_1} \frac{\partial P_0}{\partial n} - \frac{\partial \frac{\exp(ik_1R_1)}{R_1}}{\partial n} \right\} dS_{n1}, \quad (1)$$

де P_0 — прикладений постійний тиск перетворювача в межах поверхні S_{π} (інтеграл (1) називається також інтегралом Гельмгольца — Гюйгенса [5]).

Визначимо:
$$\frac{\partial P_0}{\partial n} = 0;$$
 $\frac{\partial \dots}{\partial n} = -\frac{\partial \dots}{\partial z_1};$ $dS_{n1} =$

 $=dx_1dy_1$ — елемент поверхні, на якій задано початковий тиск P_0 ;

$$R_{1} = \sqrt{(x - x_{1})^{2} + (y - y_{1})^{2} + (z - z_{1})^{2}}.$$

Таким чином, припускаючи, що $z_1=0$, із співвідношення (1) одержуємо:

$$P(x, y, z) = -\frac{P_0 i k z}{2\pi} \iint_{\Sigma} \frac{\exp\left(i k_l \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2}\right)}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2} \times (2)$$

$$\times \left[1 - \frac{1}{i k_l \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2}}\right] dx_1 dy_1.$$

В результаті із співвідношень (1) і (2) отримаємо [6]:

$$\frac{\exp(ik_{l}R_{1})}{R_{1}} = i\sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0,m}) \cos[m(\varphi - \varphi_{1})] \times \\ \times \int_{0}^{\infty} J_{m}(\xi r) J_{m}(\xi r_{1}) \exp\left[i\sqrt{k_{l}^{2} - \xi^{2}}(z - z_{1})\right] \frac{\xi d\xi}{\sqrt{k_{l}^{2} - \xi^{2}}}.$$

Для зручності подальшого моделювання перейдемо в циліндричну систему координат (r, ϕ , z): $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\delta_{0,m} = \begin{cases} 1, m = 0, \\ 0, m \neq 0 \end{cases}$ - символ Кронекера; J_m – циліндрична функція Бесселя порядку m. Інтегруючи отримане співвідношення по круглій ділянці радіусом a (по куту ϕ_1 від 0 до 2π і по радіусу r_1 від 0 до a),

одержимо вираз для тиску у вигляді інтеграла типу Фур'є – Бесселя [7]:

$$P(r, z) = a P_0 \int_0^\infty J_1(\xi a) J_0(\xi r) \exp\left[i\sqrt{k_l^2 - \xi^2 z}\right] d\xi, \quad (3)$$

де ξ – змінна інтегрування в перетворенні Фур'є – Бесселя.

Вектор зсуву в середовищі $U = U_l + U_l$, де $U_l = \nabla \Phi$ і $U_t = \nabla \times A$ вектори зсуву, які утворюються відповідно поздовжніми й поперечними хвилями і зв'язані зі скалярним Φ і векторним A потенціалами поля. Очевидно Φ й A задовольняють скалярному й векторному хвильовим рівнянням [6]:

$$\Delta \Phi + k_l^2 \Phi = 0, \quad \Delta A + k_t^2 A = 0. \tag{4}$$

Використовуючи метод розділу змінних, з (4) одержуємо окремі рішення скалярного рівняння у такому вигляді:

$$\Phi = \exp\left[iz\sqrt{k_i^2 - \xi^2}\right] J_m(\xi r) \frac{\cos}{\sin}(m\varphi).$$
 (5)

Відповідно до (4), рішення рівняння (5) для скалярного потенціалу поля в загальному випадку записується у вигляді [3]:

$$\Phi = \int_{0}^{\infty} J_{m}(\xi r) \exp(\mp v_{1} z) \left[\Phi^{e}(\xi) \cos m\varphi + \Phi^{0}(\xi) \sin m\varphi \right] d\xi, \quad (6)$$

де e (even) і 0 (odd) парні й непарні цілі числа; $v_l = \sqrt{k_l^2 - \xi^2}$.

Вираз для скалярного потенціалу поздовжньої хвилі [1], яка випромінюється в пружнє середовище перетворювачем В в системі координат S, такий:

$$\Phi_{\rm BHII}(r, z) \cong -i \frac{k_l a^2 P_0}{2\rho \omega^2} \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} 4\pi G, \qquad (7)$$

де J_0 – циліндрична функція Бесселя нульового порядку; P_0 – амплітуда тиску, що розвивається на поверхні виробу, яка береться зі знаком «+» для вектора тиску в позитивному напрямку по осі системи *S* і знаком «-» у негативному напрямку, тобто в розглянутому випадку (рис. 4, *a*) $P_0 = -P_0 n_z$ (n_z – орт у напрямку осі *OZ*); ρ – густина матеріалу середовища; ω – циклічна частота;

$$G(R) = \frac{1}{4\pi} \frac{\exp(ik_l \sqrt{r^2 + z^2})}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$
(8)

– функція Гріна в координатній системі (рис. 4), початок якої *О* поміщений в центрі випромінюючого умовного перетворювача В; $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ - відстань від початку координат системи *S* до поточної точки із циліндричними координатами (*r*, *z*); *k*_l*r* >> 1.

Причому будемо вважати, що із-за осьової симетрії джерела випромінювання потенціал $\Phi_{\text{вип}}$ не залежить від азимутальної координати (кута φ).

Щодо використання систем координат скористаємося результатами робіт [1, 2, 4]. Нехай у центрі дефекту у вигляді отвору із плоским торцем радіуса b поміщені початки координат О1 нерухомої системи, осі якої паралельні відповідним осями системи S ($O_1X_1 \parallel$ $O\hat{X}$, $O_1Y_1 \parallel OY$, $O_1Z_1 \parallel OZ$) і O_2 рухомої системи координат S_2 , вісь O_2Z_2 якої ортогональна площині отвору й проходить через його центр. Відстань до центру плоского торця по осі ОД системи координат S (у негативному напрямку) дорівнює d(z - координата в системі S - z = -d). Перетворювач П розташований на осі $z_3 = -2d$. У системі S_1 відстані від початку координат O_1 до центрів перетворювачів рівні R_в й R_п: R_в – відстань від О1 (центру плоского торця) до умовного випромінюючого центру перетворювача В (O) у напрямку до осі OZ під кутом $\theta_{\rm B}$ ($\cos\theta_{\rm B} = d / R_{\rm B}$), $R_{\rm II}$ – відстань від O_1 до центру умовного приймаючого перетворювача Π (O_3) у напрямку до осі O_3Z_3 під кутом θ_{Π} $(\cos \theta_{\Pi} = d / R_{\Pi})$ (рис. 4, *a*). Центр плоского торця віддалений від осі OZ на відстань r_в, а від осі O₃Z₃ – на відстань r_п, а азимутальні кути напрямків, відлічувані від осі ОХ (для умовного перетворювача П) у площині ХОУ, рівні відповідно $\phi_{\rm B}$ й $\phi_{\rm T}$ (рис. 4, б). Векторні й скалярні поля можуть бути виражені в декартових або циліндричних координатах, але часто виявляється більш зручним виразити їх в інших системах координат. Це обумовлено тим, що отвір орієнтований довільно. Тому слід побудувати рухому систему координат S₂, де математична модель поля прийме простий і зручний вигляд. Перехід до рухомої системи координат S₂ здійснюється за допомогою послідовних обертань цієї системи від вихідного положення (коли її осі O_2X_2 , O_2Y_2 , O_2Z_2 спрямовані уздовж відповідних осей системи S₁) на кут Ейлера ϕ_e навколо осі $O_2 Z_2$ і потім на кут Ейлера θ_e навколо осі $O_2 Y_2$, що перемінила свій первісний напрямок після першого обертання (рис. 4, 5) [8]. Внаслідок осьової симетрії дефекту подальше обертання навколо нового напрямку осі O_2Z_2 ніяк не впливає на орієнтацію дефекту, що дозволяє її описувати 3

використанням лише двох кутів Ейлера (φ_e й θ_e) [8]. При цьому в загальному випадку значення першого кута $0 \le \varphi_e < 2\pi$.



1 – ОК; 2 – дефект у вигляді отвору з плоским торцем

Рисунок 5 – Перехід від нерухомої системи координат S₁ до рухомої S₂ з використанням кутів Ейлера φ₃ й θ₃

Використання наближення Кирхгофа для потенціалу відбитої розрахунку віл плоскодонного отвору поздовжньої хвилі припускає, що поверхня отвору «освітлена» у значенні геометричної акустики, якщо дивитися з боку джерела В и приймача П [9]. Це має місце тоді, коли кути між напрямками із центру отвору на випромінюючий і прийомний перетворювачі, тобто О2О и О2О3 і позитивним напрямком нормалі до площини плоского торця, тобто віссю O_2Z_2 , є меншими $\pi/2$. Наприклад, якщо поворот здійснюється в площині XOZ (кут φ_e = 0, π), а азимутальні кути центрів перетворювачів такі, що $\phi_{\rm B} = 0$, $\phi_{\rm n} = \pi$, $\theta_{\rm e} + \theta_{\rm B, n} < \pi / 2$ (рис. 4, *a*). Якщо ж $\phi_{\rm B} = \phi_{\rm n} = 0$, або $φ_{\rm B} = φ_{\rm II} = π$, το необхідно, щоб $|θ_{\rm e} - θ_{\rm B,II}| < π / 2$. Таким чином, у загальному випадку розглянуті значення другого кута Ейлера $0 \le \theta_e < \pi$.

Нехай відстань від точки O умовного перетворювача В до поточної точки на поверхні плоского торця з координатами $(r'_2, z'_2 = 0, \phi'_2)$ в рухомій системі рівно R_{2B} , тоді потенціал випроміненої джерелом поздовжньої хвилі Pможе бути представлений у вигляді (7) із заміною функції Гріна (8) таким чином:

$$G(R) \to G(R_{2B}). \tag{9}$$

При цьому в системі координат S₂

$$G(R_{2_{\rm B}}) = \frac{i}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0,m}) \cos[m(\varphi_{2_{\rm B}} - \varphi'_2)] \times$$

$$\times \int_{0}^{\infty} J_m(\xi r'_2) J_m(\xi r_{2_{\rm B}}) \exp[iv_l(z_{2_{\rm B}} - z'_2)] \frac{\xi d\xi}{v_l},$$
(10)

де $(r_{2B}, z_{2B}, \varphi_{2B})$ – координати центру *O* в рухомій системі S_2 .

Підставляючи співвідношення (9) і (10) в (7), з урахуванням того, що z = -d, $r = r_{\rm B}$ й $\cos\theta_{\rm B} = \frac{d}{\sqrt{r_{\rm B}^2 + d^2}}$, одержуємо наступний вираз

для потенціалу випроміненої хвилі на поверхні плоского торця в координатній системі S₂:

$$\Phi_{\text{BHII}} \simeq -\frac{k_{l}a^{2}P_{0}}{2\rho\omega^{2}}\cos\theta_{\text{B}}\sum_{m=0}^{\infty} (2-\delta_{0,m})\cos[m(\varphi_{2\text{B}}-\varphi_{2}')] \times \\
\times \int_{0}^{\infty} J_{m}(\xi r_{2}')J_{m}(\xi r_{2\text{B}})\exp[iv_{l}(z_{2\text{B}}-z_{2}')]\frac{\xi d\xi}{v_{l}} \Big|_{z_{2}=0}.$$
(11)

У наближенні Кирхгофа потенціал відбитої від плоского торця поздовжньої хвилі в координатній системі S₂ записується у вигляді:

$$\Phi_{\rm BIR} = -2 \iint_{\Sigma} P \frac{\partial}{\partial z'_2} G(R_{2\pi}) \Big|_{Z'_2=0} dS_{\rm orb}, \qquad (12)$$

де $R_{2\pi}$ – відстань від центру O_3 умовного прийомного П перетворювача до поточної точки на поверхні плоского торця з координатами $(r'_2, z'_2 = 0, \phi'_2)$ в системі S_2 .

Інтегрування ведеться по поверхні плоскодонного отвору по куту ϕ'_2 від 0 до 2π і по радіусу r'_2 від 0 до b; $dS_{\text{отв}} = r'_2 dr'_2 d\phi'_2$. Підставляючи в (12) похідну функції Гріна, отримаємо, що

$$\frac{\partial}{\partial z'_{2}} G(R_{2\pi}) \Big|_{Z_{2}=0} = \frac{i}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0,m}) \cos \left[n(\varphi'_{2} - \varphi_{2\pi}) \right] \times \\ \times \int_{0}^{\infty} J_{n}(\xi r'_{2}) J_{n}(\xi r_{2\pi}) \exp \left[i v_{1}(z_{2\pi} - z'_{2}) \right] \xi d\xi \Big|_{Z'_{2}=0},$$

де $(r_{2n}, z_{2n}, \varphi_{2n})$ – координати центру O_3 у рухомій системі S_2 .

Інтегруючи по куту ϕ'_2 і з урахуванням того, що

$$\int_{0}^{2\pi} \cos \left[m \left(\phi_{2B} - \phi'_{2} \right) \right] \cos \left[n \left(\phi'_{2} - \phi_{2\pi} \right) \right] = \\ = \begin{cases} 0, \ n \neq m, \\ \pi \cos \left[m \left(\phi_{2B} - \phi_{2\pi} \right) \right], \ n = m \neq 0, \\ 2\pi, \ n = m = 0, \end{cases}$$

одержуємо наступний вираз потенціалу відбитої від поверхні хвилі:

$$\Phi_{\text{Big}} \cong \frac{k_l a^2 P_0}{2\rho \omega^2} \cos \theta_{\text{B}} \int_0^b r'_2 dr'_2 \sum_{m=0}^\infty (2-\delta_{0,m}) \cos[m(\varphi_{2\text{B}}-\varphi_{2\text{II}})] \times \\
\times \int_0^\infty J_m(\xi r'_2) J_m(\xi r_{2\text{B}}) \exp[iv_l(z_{2\text{B}})] \frac{\xi d\xi}{v_l} \times \\
\times \int_0^\infty J_m(\xi r'_2) J_m(\xi r_{2\text{II}}) \exp[iv_l(z_{2\text{II}})] \xi d\xi .$$
(13)

Сила тиску відбитої від плоскодонного отвору поздовжньої хвилі на умовний прийомний перетворювач П радіусом $a (k_l a << 1)$ дорівнює $P_{\text{від}} = \rho \omega^2 \int_{0}^{2\pi} d\varphi_3 \int_{0}^{a} r_3 dr_3 r_{\text{від}} \Phi_{\text{від}} \cong \pi a^2 \rho \omega^2 \Phi_{\text{від}}$ (потенціал $\Phi_{\text{від}}$ визначається по формулі (13)) у центрі прийомного перетворювача O_3 (рис. 4), а

центрі прийомного перетворювача O_3 (рис. 4), а її значення, нормоване на повний тиск випромінюваних хвиль $\pi a^2 P_0$, буде таким:

$$\delta P_{\text{Big}} = \frac{P_{\text{Big}}}{\pi a^2 P_0} \cong \frac{\rho \omega^2 \Phi_{\text{Big}}}{P_0} = \frac{k_l a^2}{2} \cos \theta_{\text{B}} \int_0^b r_2' dr_2' \times \\ \times \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0,m}) \cos [m(\varphi_{2\text{B}} - \varphi_{2\text{n}})] \times$$

$$\times \int_0^{\infty} J_m(\xi r_2') J_m(\xi r_{2\text{B}}) \exp [i v_l(z_{2\text{B}})] \frac{\xi d\xi}{v_l} \times \\ \times \int_0^{\infty} J_m(\xi r_2') J_m(\xi r_{2\text{n}}) \exp [i v_l(z_{2\text{n}})] \xi d\xi .$$
(14)

Інтеграли по змінній ξ (14) можуть бути асимптотично оцінені, причому $k_l \sqrt{d^2 + r_{B,\Pi}^2} >> 1$ і d >> b, $g = \sqrt{\sin\theta_{2\Pi}^2 + \sin\theta_{2B}^2 + 2\sin\theta_{2B}\sin\theta_{2\Pi}\cos(\varphi_{2B} - \varphi_{2\Pi})}$.

У результаті одержуємо, що:

$$\delta P_{\text{Big}} = -\frac{(k_l a)^2 b^2}{4R_{\text{I}}R_{\text{B}}} \cos \theta_{\text{B}} \cos \theta_{2\pi} \times \\ \times \left[\frac{2J_1(k_l bg)}{k_l bg}\right] \exp \left[ik_l (R_{\pi} + R_{\text{B}})\right].$$
(15)

Формула (15) дозволяє розрахувати в скалярному геометроакустичному наближенні $\delta P_{\rm Big}$ нормований у дальній тиск зоні випромінюючого В й прийомного Π перетворювачів (за умови, що d >> b) при довільному положенні перетворювачів на поверхні контролю, зважаючи на те, що радіуси а малі щодо довжини поздовжньої хвилі k_la<<1. Зв'язавши координати (θ_{2B} , ϕ_{2B}), ($\theta_{2\pi}$, $\phi_{2\pi}$) центрів перетворювачів В, П (точок O, O_3) у рухомій (поверненій) системі координат S_2 з координатами ($\theta_{\rm B}, \phi_{\rm B}$), ($\theta_{\rm n}, \phi_{\rm n}$) тих же точок у нерухомій системі S_1 і кутами Ейлера $\theta_{\rm e}$ й $\phi_{\rm e}$ (рис. 4, 5), для проведення подальших розрахунків одержимо такі співвідношення:

$$\cos\theta_{2\pi} = \cos\theta_{\pi} \cos\theta_{e} - \sin\theta_{\pi} \sin\theta_{e} \cos(\varphi_{\pi} - \varphi_{e});$$

$$g^{2} = [\sin\theta_{B} \cos\theta_{e} \cos(\varphi_{B} - \varphi_{e}) - \cos\theta_{B} \sin\theta_{e}]^{2} +$$

$$+ [\sin\theta_{B} \sin(\varphi_{B} - \varphi_{e})]^{2} + [\sin\theta_{\pi} \cos\theta_{e} \cos(\varphi_{\pi} - \varphi_{e}) +$$

$$+ \cos\theta_{\pi} \sin\theta_{e}]^{2} + [\sin\theta_{\pi} \sin(\varphi_{\pi} - \varphi_{e})]^{2} +$$

$$+ 2 \{[\sin\theta_{B} \cos\theta_{e} \cos(\varphi_{B} - \varphi_{e}) - \cos\theta_{B} \sin\theta_{e}] \times$$

$$\times [\sin\theta_{\pi} \cos\theta_{e} \cos(\varphi_{\pi} - \varphi_{e}) + \cos\theta_{\pi} \sin\theta_{e}] +$$

$$+ [\sin\theta_{B} \sin\theta_{\pi} \sin(\varphi_{B} - \varphi_{e})] \}.$$
(16)

Якщо $\varphi_e = 0$, $\theta_e = 0$ (площина поверхні отвору паралельна площині *XOY*), то з (16)

випливає, що $\cos\theta_{2\pi} = d / R_{\pi};$ $g = q = \sqrt{\sin^2 \theta_{\scriptscriptstyle B} + \sin^2 \theta_{\scriptscriptstyle \pi} + 2\sin^2 \theta_{\scriptscriptstyle B} \sin^2 \theta_{\scriptscriptstyle \pi} \cos(\varphi_{\scriptscriptstyle B} - \varphi_{\scriptscriptstyle \pi})},$ а з формули (15) випливає, що

$$\delta P_{\rm Big} \cong \frac{1}{4} \frac{d^2}{R_{\rm n} R_{\rm B}} \frac{(k_l a)^2 b^2}{4R_{\rm n} R_{\rm B}} \left| \frac{2J_1(k_l bq)}{k_l bq} \right|.$$
(17)

Формула (17) збігається з виразом (13) у роботі [1] при $k_l a << 1$, коли діаграми спрямованості випромінюючого $\Phi(k_l a \sin \theta_B)$ і прийомного $\Phi(k_l a \sin \theta_B)$ умовних перетворювачів, де $\Phi(X) = \left|\frac{2J_1(X)}{X}\right|$, приблизно рівні. За аналогією формулу акустичного тракту в дальній зоні з використанням співвідношення (15) можна записати у такому вигляді:

$$\delta P_{\text{від}} \cong \frac{1}{4} \frac{(k_l a)^2 b^2}{R_{\text{n}} R_{\text{B}}} \cos \theta_{\text{B}} \cos \theta_{2\text{n}} \mathcal{O}(k_l a \sin \theta_{\text{B}}) \times$$

$$\times \mathcal{O}(k_l a \sin \theta_{\text{n}}) \left| \frac{2J_1(k_l bg)}{k_l bg} \right|.$$
(18)

Для урахування загасання поздовжньої хвилі внаслідок поглинання й розсіювання з коефіцієнтом δ_l формулу (18) слід помножити на величину $\exp\left[-\delta_l(R_{\rm m}+R_{\rm g})\right]$.

Урахування впливу вільної поверхні контролю (z = 0) на амплітуду сигналу, що реєструється при випромінюванні й прийомі може бути здійснено множенням формули (18) на такий коефіцієнт:

$$\frac{\left[\frac{2(k_{l}a\sin\theta_{B})^{2}-k_{\tau}^{2}}{W(k_{l}a\sin\theta_{B})^{2}-k_{\tau}^{2}}\right]}{W(k_{l}a\sin\theta_{B})},$$

де $W(k) = (2k^2 - k_\tau^2)^2 + 4k^2 v_l v_\tau$, $v_\tau = \sqrt{k_\tau^2 - k^2}$, k_τ – хвильове число поперечної хвилі, а урахування фактора впливу вільної поверхні дефекту із плоским торцем внаслідок трансформації поздовжньої хвилі при відбитті – на коефіцієнт $D_{\rm m}$ (10), який у цьому випадку

$$D_{\pi} = \frac{\cos\theta_{2\pi}\sqrt{1 - (k_{l}^{2}/k_{\tau}^{2})\sin^{2}\theta_{2\pi}}}{(k_{l}/k_{\tau})\sin^{2}\theta_{2\pi} + \cos\theta_{2\pi}\sqrt{1 - (k_{l}^{2}/k_{\tau}^{2})\sin^{2}\theta_{2\pi}}}$$

записується у такому вигляді:

Розглянемо декілька випадків. Нехай $\varphi_e = 0$, $\varphi_e = \varphi_n = \pi$, тоді з (16) одержуємо, що $\cos\theta_{2n} = \cos(\theta_n - \theta_e)$, $g = |\sin(\theta_e - \theta_B) + \sin(\theta_e - \theta_B)|$, а з (18)

$$\delta P_{\text{Bid}} \cong \frac{1}{4} \frac{(k_l a)^2 b^2}{R_n R_B} \cos \theta_B \cos (\theta_n - \theta_e) \mathcal{P}(k_l a \sin \theta_e) \times (19) \\ \times \mathcal{P}(k_l a \sin \theta_n) \left| \frac{2J_1(k_l b [\sin (\theta_e - \theta_B) + \sin (\theta_e - \theta_n)])}{k_l b [\sin (\theta_e - \theta_B) + \sin (\theta_e - \theta_n)]} \right|.$$

Для суміщеного перетворювача ($R_{\rm B} = R_{\rm n} = R; \, \theta_{\rm B} = \theta_{\rm n} = \theta; \, \varepsilon = \theta - \theta_{\rm e}$) з (19) одержуємо

$$\begin{split} \left| \delta P_{\text{від}} \right| &\cong \frac{\pi a^2 \pi b^2}{R^2 \lambda_l^2} \cos \theta \cos \varepsilon \Phi \left(k_l a \sin \theta \right)^2 \left| \frac{2J_1(k_l b \sin \varepsilon)}{2k_l b \sin \varepsilon} \right| \\ &= \frac{\lambda_l}{2k_l} - \text{довжина поздовжньої хвилі.} \end{split}$$

Якщо $\varphi_e = 0$, $\theta_e = 0$, $\varphi_B = \varphi_{\Pi} = \pi$ (поверхня торця дефекту паралельна площині *XOY*, рис. 4), то з (16) отримаємо, що

$$\delta P_{\text{Big}} \cong \frac{(k_l a)^2 b^2}{4R_{\text{n}}R_{\text{B}}} \cos \theta_{\text{B}} \cos \theta_{\text{n}} \mathcal{O} (k_l a \sin \theta_{\text{B}}) \times$$

$$\times \mathcal{O} (k_l a \sin \theta_{\text{n}}) \left| \frac{2J_1 (k_l b [\sin \theta_{\text{B}} + \sin \theta_{\text{n}}])}{k_l b [\sin \theta_{\text{B}} + \sin \theta_{\text{n}}]} \right|.$$
(20)

Якщо $\phi_e = 0$, $\theta_e = \pi / 2$, $\phi_B = \phi_\Pi = \pi$ (поверхня торця дефекту паралельна площини *YOZ*, і вертикально орієнтована щодо площини *XOY*, рис. 4), то $\cos\theta_{2\Pi} = \sin\theta_{\Pi}$, $g = \cos\theta_{\Pi} + \cos\theta_{B}$, а

$$\delta P_{\text{Big}} \cong \frac{(k_l a)^2 b^2}{4R_{\text{H}}R_{\text{B}}} \cos \theta_{\text{B}} \cos \theta_{\text{H}} \Phi(k_l a \sin \theta_{\text{B}}) \times$$

$$\times \Phi(k_l a \sin \theta_{\text{H}}) \left| \frac{2J_1(k_l b [\cos \theta_{\text{B}} + \cos \theta_{\text{H}}])}{k_l b [\cos \theta_{\text{B}} + \cos \theta_{\text{H}}]} \right|.$$
(21)

З виразу (21) випливає, що в місці розташування прийомного перетворювача буде мати місце акустичний тиск, обумовлений відбиттям збуджених раніше ультразвукових імпульсів.

ВИСНОВКИ

Розроблений і обгрунтований принцип виявлення дефектів у довгомірному виробі. Показано, що при збудженні у виробах типу "стрижень" похилих акустичних променів з різним напрямком, різними типами хвиль і просторовим розподілом, які заповнюють увесь перетин виробу. Теоретично показано, що при наявності в ОК дефекту в зоні розташування прийомного перетворювача буде мати місце акустичний тиск, обумовлений відбиттям збуджених раніше ультразвукових імпульсів.

Література

1. Данилов В.Н. К расчету акустического тракта для прямых преобразователей и плоскодонного отверстия произвольной ориентации//Дефектоскопия. – 2008. - №6. – С. 51-62.

2. Данилов В.Н. К вопросу о расчете акустического поля прямого преобразователя с пьезопластинами различных форм. // Дефектоскопия. – 2004. - №2. – С. 4-13.

3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 735с.

4. Ямщиков В.С., Данилов В.Н. и др. Возбуждение упругой волны в слое дисковым излучателем конечных размеров. // Дефектоскопия. – 1982. - №2. - С. 78-84.

5. Скучик Е. Основы акустики. Т. 2. – М.: Мир, 1976. – 430 с.

6. Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т.1. – М.: ИИЛ, 1958. – 930 с.

7. Иванов Е.А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. – Минск: Наука, 1968. – 583 с.

8. Корн Г, Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М: Наука, 1974. – 832 с.

9. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. – М.: Мир, 1964. – 333 с.

10. Круглов Б.А. Об угловых характеристиках рассеяния акустически мягким диском в твердом теле плоских монохроматических продольной и поперечной SV- и SH- волн. // Вопросы материаловедения. – 2001. - №4. - С. 66-77.

Поступила в редакцію 07.04.2009р.

Рекомендував до друку докт. техн. наук, проф. Гурин А. Г.