

УДК 532.61

АНАЛІЗ ПОХИБОК МЕТОДИК РОЗРАХУНКУ КОНТУРІВ ОБЕРТОВИХ КРАПЕЛЬ В ПРОЦЕСІ ВИМІРЮВАННЯ МІЖФАЗНОГО НАТЯГУ РІДИН

В. Б. Біліщук, Р. Т. Боднар

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
вул. Карпатська, 15, м. Івано-Франківськ, 76019, тел. (8-03422) 4-60-77, e-mail:
zarichna@pung.edu.ua

Зроблений аналіз похибок, які виникають в процесі числового інтегрування системи рівнянь, яка описує контур обертової краплі при вимірюванні міжфазного натягу однойменним методом. Зроблений порівняльний аналіз методів числового інтегрування Рунге-Кутта 4-го порядку з постійним кроком інтегрування і з корекцією на кроці.

Сделан анализ погрешностей, которые возникают в процессе числового интегрирования системы уравнений, которая описывает контур вращающейся капли при измерении межфазного натяжения одноименным методом. Сделан сравнительный анализ методов числового интегрирования Рунге-Кутта 4-го порядка с постоянным шагом интегрирования и с коррекцией на шаге.

Miscalculations which present in the process of numerical evaluation the spinning drop shape at measuring of interfacing tension are investigated in this article. The comparative analysis of methods of numerical integration of Runge-Kutta of 4th order is done with the constant step of integration and with a correction on a step.

Для контролю низьких значень міжфазного натягу (до 0,001 мН/м) використовують метод обертової краплі [1]. На даний момент для вимірювання таких значень міжфазного натягу відомі метод Воннегута [1, 2] і його модифікації Принсеном, Слеттері [1, 3, 4]. Ці методики відрізняються набором інформативних параметрів, які використовують для визначення міжфазного натягу. Відомі методики визначення міжфазного натягу [5, 6, 7], які вимагають розв'язування системи диференціальних рівнянь, яка описує контур обертової краплі:

$$\begin{cases} d\varphi/dl_c = K_0 - \sin\varphi/x_c + x_c^2/2, \\ dx_c/dl_c = \cos\varphi, \\ dz_c/dl_c = \sin\varphi, \\ dV_c/dl_c = \pi x_c^2 \sin\varphi, \\ dS_c/dl_c = 2\pi x_c, \end{cases} \quad (1)$$

де x_c , z_c — координати точок теоретичного контуру обертової краплі; φ — кут між віссю обертання капіляра та нормаллю, проведеною до контуру обертової краплі в точці з координатами x_c , z_c ; K_0 — кривизна поверхні обертової краплі в омбілічній точці; V_c , S_c — об'єм і площа поверхні частини краплі, що

розміщена між омбілічною точкою і площиною, яка проведена через довільну точку поверхні краплі перпендикулярно осі обертання; l_c — довжина дуги контуру краплі. Параметри x_c , z_c , V_c , S_c , K_0 , l_c є безрозмірними і приведені до обертової сталої c :

$$c = 3 \sqrt{\frac{\sigma}{\Delta\rho\omega^2}}, \quad (2)$$

де σ — міжфазний натяг, Н/м; $\Delta\rho$ — різниця густин фаз, кг/м³; ω — частота обертання трубки з рідинами, рад/с.

Проведений аналіз літературних джерел показав, що при метрологічному аналізі відомих методик вимірювання міжфазного натягу методом обертової краплі основну увагу приділяють похибкам, які пов'язані із визначенням відповідних геометричних розмірів обертової краплі, частоти обертання краплі, різниці густини рідин тощо. Похибок, які виникають при числовому інтегруванні системи рівнянь (1), як правило, не розглядають.

Метою даної роботи є аналіз похибок, які виникають в процесі числового інтегрування системи рівнянь (1), що дасть змогу оцінити їх вплив на точність відомих і нових методик визначення міжфазного натягу методом обертової краплі.

Згідно [5,6] систему рівнянь (1) розв'язують шляхом інтегрування методом Рунге-Кутта. Існують методи з постійним кроком інтегрування і з корекцією на кроці. При цьому розраховують похибку обмеження E_{Ti} за виразом [7]:

$$E_{Ti} = \frac{16}{15} (y_{i(h/2)} - y_{i(h)}), \quad (3)$$

де $y_{i(h)}$, $y_{i(h/2)}$ — отримані значення функції з поточним і в два рази меншим кроком інтегрування h .

Для розв'язку системи (1) використовують також модифікований алгоритм розрахунку параметрів обертової краплі із корекцією на кроці. Відмінність використаного алгоритму від алгоритму в [6] полягає в тому, що введене максимальне значення кроку інтегрування, яке обмежує зростання кроку інтегрування величиною $h_{max}=0,1$. Введення такого обмеження усуває випадки збільшення кроку числового інтегрування настільки, що призводить до невірної ходу розрахунку. Модифікований алгоритм використовують для розрахунку профілів вільних і фіксованих з однієї сторони обертових крапель. Згідно [5,6] контур вільної краплі отримують, якщо задати значення кривизни K_0 в омбілічній точці в діапазоні $3/\sqrt[3]{4} < K_0 < \infty$, а фіксованої краплі в діапазоні $0 < K_0 < 3/\sqrt[3]{4}$ [6].

В процесі обчислень на ПЕОМ виникають похибки заокруглення [7,8]. Виникнення цих похибок пов'язано з тим, що на зберігання мантиси числа виділяється певний об'єм пам'яті. Якщо в результаті арифметичної операції отримують результат, в якому кількість значущих цифр є більшою за кількість цифр, яку може вмістити мантиса, тоді відбувається заокруглення результату обчислень. В процесі виконання наступних арифметичних операцій похибки заокруглення накопичуються. В розробленій програмі для обчислення контурів крапель використовується тип числа з плаваючою комою Real, розмір мантиси якого складає 16 десяткових цифр (програма розроблена в середовищі Delphi 7). Таким чином, 16-та значуща цифра буде заокруглюватись під час обчислень. Абсолютна похибка заокруглення в такому випадку буде такою:

$$\Delta E = 10^{P-14}, \quad (4)$$

де P – порядок числа.

Абсолютна похибка заокруглення на одному кроці є досить малою, але при значних

об'ємах обчислень, які проводяться в процесі розрахунку контуру обертової краплі числовим методом, відбувається накопичення похибок заокруглення. Похибки заокруглення ($\Delta\varphi_{ci}$, Δx_{ci} , Δz_{ci} , ΔV_{ci} , ΔS_{ci}) при розрахунку відповідних параметрів обертової краплі на одному кроці інтегрування можна обчислити за наступними виразами [7]:

$$\begin{cases} \Delta\varphi_{ci} = \Delta K_0 - \frac{\Delta \sin\varphi}{x_c} + \frac{\sin\varphi \cdot \Delta x_c}{x_c} - x_c \cdot \Delta x_c, \\ \Delta x_{ci} = \cos\varphi \cdot \Delta \cos\varphi + h \cdot \Delta h, \\ \Delta z_{ci} = \sin\varphi \cdot \Delta \sin\varphi + h \cdot \Delta h, \\ \Delta V_{ci} = (\pi \cdot \Delta\pi + 2x_c \cdot \Delta x_c + \sin\varphi \cdot \Delta \sin\varphi) \cdot V_c + h \cdot \Delta h, \\ \Delta S_{ci} = (\pi \cdot \Delta\pi + x_c \cdot \Delta x_c) \cdot S_c + h \cdot \Delta h, \end{cases} \quad (5)$$

де Δx_c , ΔK_0 , Δh , $\Delta\pi$ — безрозмірні абсолютні похибки заокруглення відповідних параметрів контуру обертової краплі, кроку інтегрування і числа π ; $\Delta \cos\varphi$, $\Delta \sin\varphi$ — безрозмірні абсолютні похибки заокруглення при обчисленні $\cos\varphi$ і $\sin\varphi$.

Сумарні значення похибок заокруглення знаходять як суму значень на кроці. При меншому кроці інтегрування кількість кроків зростає, зростають сумарні значення похибки заокруглення, а значення похибки обмеження зменшується. Таким чином, вибравши оптимальне значення кроку інтегрування, можна досягнути мінімального значення похибки числового інтегрування системи рівнянь (1).

Значення числа π відомо з досить високою точністю. У розробленому програмному забезпеченні число π задане у форматі типу Real і представлено тільки 15-ма значущими цифрами. Тому в (5) присутній добуток $\pi \cdot \Delta\pi$, який враховує похибку заокруглення числа π . Вказаний добуток є постійним в процесі числового інтегрування системи (1), тому представлений як константа, значення якої становить $1,01739304493778 \cdot 10^{-14}$.

В таблицях 1 ÷ 4 наведені значення похибок обмеження і заокруглення при обчисленні контуру обертової краплі числовим інтегруванням з постійним кроком і з корекцією на кроці з метою порівняння отриманих результатів. Значення похибок були отримані для фіксованих крапель з кривизною в омбілічній точці $K_0=1,85$. Це є середнє значення кривизни для розрахунку поверхонь обертових крапель [6]. Метод Рунге-Кутта з постійним кроком інтегрування не вимагає обов'язкового

обчислення похибки обмеження за виразом (3), але обчислення цієї похибки здійснювали з метою порівняння її значення в методі з корекцією на кроці.

Як видно із табл. 1 і табл. 2 при зменшенні кроку інтегрування сумарні значення похибок обмеження зменшуються досить швидко, а похибка заокруглення зростає повільніше. При певних значеннях кроку інтегрування досягається рівність цих похибок. Але така рівність досягається для різних параметрів при різних кроках інтегрування.

Так для кута φ рівність похибок отримують при значеннях кроку інтегрування $h \leq 0,0008$; координат x при $h \leq 0,002$; z при $h \leq 5 \cdot 10^{-5}$; об'єму V і площі S при $h \leq 0,02$.

Сумарні значення похибок обмеження починають зростати, коли значення цих похибок є меншими за сумарні похибки заокруглення. Найменше значення похибок обчислення параметрів краплі досягають при рівності сумарних значень похибок обмеження і заокруглення. Таку умову для різних параметрів досягають при різних кроках інтегрування.

Зважаючи на залежність значень похибок обмеження і заокруглення від кроку інтегрування, доцільніше вибрати найменш можливий крок інтегрування h .

Слід відмітити, що зменшення кроку інтегрування призводить до зростання об'ємів обчислень і відповідно до зростання часу розрахунку параметрів контуру обертової краплі. Виходячи з цього, крок інтегрування потрібно вибрати таким, щоб отримати значення сумарних похибок обмеження і заокруглення приблизно рівними при відповідному часі обчислень. Як видно із отриманих результатів, для розрахунку параметрів обертової краплі методом з фіксованим кроком оптимальним є значення кроку інтегрування $h \approx 0,001$, при якому досягається рівність похибок обмеження і заокруглення по більшості параметрів.

При розрахунку параметрів краплі числовим методом із корекцією на кроці параметром, який визначає значення похибок і необхідний об'єм обчислень, є діапазон значення похибки обмеження на кроці.

Таблиця 1 – Значення похибок обмеження при числовому інтегруванні системи рівнянь (1) для $K_0=1,85$ з постійним кроком інтегрування

Крок інтегрування	Кількість кроків	E_φ	E_x	E_z	E_S	E_V
$5,00 \cdot 10^{-5}$	98760	$4,25 \cdot 10^{-12}$	$6,08 \cdot 10^{-12}$	$3,15 \cdot 10^{-10}$	$7,28 \cdot 10^{-11}$	$3,96 \cdot 10^{-11}$
0,0001	49380	$2,16 \cdot 10^{-12}$	$3,02 \cdot 10^{-12}$	$1,24 \cdot 10^{-9}$	$3,66 \cdot 10^{-11}$	$1,96 \cdot 10^{-11}$
0,0002	24690	$1,39 \cdot 10^{-12}$	$1,54 \cdot 10^{-12}$	$4,94 \cdot 10^{-9}$	$1,77 \cdot 10^{-11}$	$1,01 \cdot 10^{-11}$
0,0005	9876	$5,92 \cdot 10^{-12}$	$5,93 \cdot 10^{-13}$	$3,08 \cdot 10^{-8}$	$6,83 \cdot 10^{-12}$	$3,94 \cdot 10^{-12}$
0,001	4938	$4,42 \cdot 10^{-11}$	$3,15 \cdot 10^{-13}$	$1,23 \cdot 10^{-7}$	$3,75 \cdot 10^{-12}$	$2,52 \cdot 10^{-12}$
0,002	2469	$3,52 \cdot 10^{-10}$	$5,62 \cdot 10^{-13}$	$4,93 \cdot 10^{-7}$	$5,72 \cdot 10^{-12}$	$1,29 \cdot 10^{-11}$
0,02	247	$3,57 \cdot 10^{-7}$	$5,75 \cdot 10^{-9}$	$4,93 \cdot 10^{-5}$	$4,65 \cdot 10^{-8}$	$1,24 \cdot 10^{-7}$
0,1	50	$4,72 \cdot 10^{-5}$	$3,47 \cdot 10^{-6}$	0,00123	$2,86 \cdot 10^{-5}$	$7,38 \cdot 10^{-5}$

Таблиця 2 – Значення похибок заокруглення при числовому інтегруванні системи рівнянь (1) для $K_0=1,85$ з постійним кроком інтегрування

Крок інтегрування	Кількість кроків	Δ_φ	Δ_x	Δ_z	Δ_S	Δ_V
$5,00 \cdot 10^{-5}$	98760	$2,25 \cdot 10^{-10}$	$5,44 \cdot 10^{-11}$	$7,37 \cdot 10^{-11}$	$1,48 \cdot 10^{-8}$	$2,03 \cdot 10^{-8}$
0,0001	49380	$1,13 \cdot 10^{-10}$	$2,72 \cdot 10^{-11}$	$3,68 \cdot 10^{-11}$	$7,40 \cdot 10^{-9}$	$1,02 \cdot 10^{-8}$
0,0002	24690	$5,63 \cdot 10^{-11}$	$1,36 \cdot 10^{-11}$	$1,84 \cdot 10^{-11}$	$3,70 \cdot 10^{-9}$	$5,08 \cdot 10^{-9}$
0,0005	9876	$2,25 \cdot 10^{-11}$	$5,44 \cdot 10^{-12}$	$7,37 \cdot 10^{-12}$	$1,48 \cdot 10^{-9}$	$2,03 \cdot 10^{-9}$
0,001	4938	$1,13 \cdot 10^{-11}$	$2,72 \cdot 10^{-12}$	$3,68 \cdot 10^{-12}$	$7,40 \cdot 10^{-10}$	$1,02 \cdot 10^{-9}$
0,002	2469	$5,65 \cdot 10^{-12}$	$1,36 \cdot 10^{-12}$	$1,84 \cdot 10^{-12}$	$3,70 \cdot 10^{-10}$	$5,08 \cdot 10^{-10}$
0,02	247	$5,88 \cdot 10^{-13}$	$1,37 \cdot 10^{-13}$	$1,85 \cdot 10^{-13}$	$3,73 \cdot 10^{-11}$	$5,09 \cdot 10^{-11}$
0,1	50	$1,44 \cdot 10^{-13}$	$2,83 \cdot 10^{-14}$	$3,73 \cdot 10^{-14}$	$7,94 \cdot 10^{-12}$	$1,03 \cdot 10^{-11}$

Таблиця 3 – Значення похибок обмеження при числовому інтегруванні системи рівнянь (1) для $K_0=1,85$ зі змінним кроком інтегрування

Діапазон значення похибки обмеження на кроці		Кількість точок	E_ϕ	E_X	E_Z	E_S	E_V
Нижня межа	Верхня межа						
$1 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-8}$	81	$3,58 \cdot 10^{-07}$	$4,61 \cdot 10^{-07}$	$1,95 \cdot 10^{-07}$	$8,75 \cdot 10^{-07}$	$2,57 \cdot 10^{-06}$
$1 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-9}$	124	$6,58 \cdot 10^{-08}$	$8,08 \cdot 10^{-08}$	$3,85 \cdot 10^{-08}$	$1,62 \cdot 10^{-07}$	$4,50 \cdot 10^{-07}$
$1 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-10}$	202	$8,87 \cdot 10^{-09}$	$1,16 \cdot 10^{-08}$	$4,27 \cdot 10^{-09}$	$2,19 \cdot 10^{-08}$	$6,59 \cdot 10^{-08}$
$1 \cdot 10^{-10}$	$1 \cdot 10^{-11}$	315	$1,55 \cdot 10^{-09}$	$1,94 \cdot 10^{-09}$	$7,14 \cdot 10^{-10}$	$3,90 \cdot 10^{-09}$	$1,09 \cdot 10^{-08}$
$1 \cdot 10^{-11}$	$1 \cdot 10^{-12}$	532	$1,84 \cdot 10^{-10}$	$2,76 \cdot 10^{-10}$	$8,93 \cdot 10^{-11}$	$4,62 \cdot 10^{-10}$	$1,39 \cdot 10^{-09}$
$1 \cdot 10^{-12}$	$1 \cdot 10^{-13}$	829	$3,19 \cdot 10^{-11}$	$4,63 \cdot 10^{-11}$	$1,62 \cdot 10^{-11}$	$7,77 \cdot 10^{-11}$	$2,27 \cdot 10^{-10}$
$1 \cdot 10^{-13}$	$1 \cdot 10^{-14}$	1226	$6,69 \cdot 10^{-12}$	$8,43 \cdot 10^{-12}$	$2,87 \cdot 10^{-12}$	$1,75 \cdot 10^{-11}$	$4,81 \cdot 10^{-11}$
$1 \cdot 10^{-14}$	$1 \cdot 10^{-15}$	1970	$9,26 \cdot 10^{-13}$	$1,43 \cdot 10^{-12}$	$4,69 \cdot 10^{-13}$	$2,98 \cdot 10^{-12}$	$7,39 \cdot 10^{-12}$

Таблиця 4 – Значення похибок заокруглення при числовому інтегруванні системи рівнянь (1) для $K_0=1,85$ зі змінним кроком інтегрування

Діапазон значення похибки обмеження на кроці		Кількість точок	Δ_ϕ	Δ_X	Δ_Z	Δ_S	Δ_V
Нижня межа	Верхня межа						
$1 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-8}$	77	$2,58 \cdot 10^{-13}$	$4,72 \cdot 10^{-14}$	$5,88 \cdot 10^{-14}$	$1,42 \cdot 10^{-11}$	$1,79 \cdot 10^{-11}$
$1 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-9}$	128	$3,74 \cdot 10^{-13}$	$7,16 \cdot 10^{-14}$	$9,07 \cdot 10^{-14}$	$2,18 \cdot 10^{-11}$	$2,81 \cdot 10^{-11}$
$1 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-10}$	203	$5,94 \cdot 10^{-13}$	$1,16 \cdot 10^{-13}$	$1,47 \cdot 10^{-13}$	$3,47 \cdot 10^{-11}$	$4,45 \cdot 10^{-11}$
$1 \cdot 10^{-10}$	$1 \cdot 10^{-11}$	314	$9,17 \cdot 10^{-13}$	$1,81 \cdot 10^{-13}$	$2,29 \cdot 10^{-13}$	$5,49 \cdot 10^{-11}$	$7,13 \cdot 10^{-11}$
$1 \cdot 10^{-11}$	$1 \cdot 10^{-12}$	480	$1,48 \cdot 10^{-12}$	$3,04 \cdot 10^{-13}$	$3,89 \cdot 10^{-13}$	$8,86 \cdot 10^{-11}$	$1,15 \cdot 10^{-10}$
$1 \cdot 10^{-12}$	$1 \cdot 10^{-13}$	752	$2,25 \cdot 10^{-12}$	$4,71 \cdot 10^{-13}$	$6,10 \cdot 10^{-13}$	$1,38 \cdot 10^{-10}$	$1,80 \cdot 10^{-10}$
$1 \cdot 10^{-13}$	$1 \cdot 10^{-14}$	1313	$3,50 \cdot 10^{-12}$	$7,06 \cdot 10^{-13}$	$8,89 \cdot 10^{-13}$	$2,14 \cdot 10^{-10}$	$2,80 \cdot 10^{-10}$
$1 \cdot 10^{-14}$	$1 \cdot 10^{-15}$	1888	$5,43 \cdot 10^{-12}$	$1,13 \cdot 10^{-12}$	$1,43 \cdot 10^{-12}$	$3,22 \cdot 10^{-10}$	$4,17 \cdot 10^{-10}$

Як видно із табл. 3 і табл. 4 рівність похибок обмеження і заокруглення також досягають для різних параметрів при різних діапазонах значення похибки обмеження на кроці. Діапазон значення похибки обмеження на кроці 10^{-13} – 10^{-14} є найбільш оптимальним для розрахунку параметрів контуру обертової краплі. Процес розрахунку числовим методом із корекцією на кроці необхідно оптимізувати таким чином, щоб отримати менші значення похибок. В цьому неважко переконатись, порівнюючи попарно значення в табл. 1 і табл. 3, табл. 2 і табл. 4 відповідно.

Як видно із табл. 1 і табл. 3 подібні значення похибок обмеження в методі із постійним кроком інтегрування до похибок обмеження в методі із корекцією на кроці досягають при кроці інтегрування $h \approx 0,0002$. Кількість кроків інтегрування в процесі розв'язку системи рівнянь (1) склала 25000 проти 1900. Подібні значення похибок заокруглення (табл. 2 і табл. 4) досягають при кількості кроків 2500 проти 1900. Як видно із отриманих результатів, числовий метод інтегрування із корекцією на кроці дає значний

виграш в точності і об'ємі обчислень параметрів контуру обертової краплі порівняно із числовим методом інтегрування із постійним кроком.

На рис. 1 показана залежність сумарних похибок обмеження і заокруглення від кривизни K_0 обертової краплі в омбілічній точці. Розрахунок контурів здійснювали методом із корекцією на кроці, діапазон значення похибки обмеження на кроці задавали 10^{-13} – 10^{-14} . При цьому похибки обмеження і заокруглення не перевищують значення $1 \cdot 10^{-9}$ в даному діапазоні кривизни K_0 . Приведена зміна сумарних похибок обмеження пояснюється роботою алгоритму корекції на кроці. Робота цього алгоритму полягає в тому, що розраховують значення похибок обмеження на кроці по кожному параметру обертової краплі і для корекції використовують похибку обмеження, значення якої є найбільшим. В процесі розрахунку різних частин контуру обертової краплі похибки, по яких здійснюють корекцію, є різними, але існує визначальна похибка обмеження, по якій здійснюють корекцію при розрахунку більшої частини контуру обертової краплі. Для контурів обертових крапель,

кривизна в омбілічній точці яких знаходиться в діапазоні $K_0=1\div 2,2$ визначальною є похибка E_V . В діапазоні $K_0=2,2\div 3$ такої явно вираженої похибки не існує, що видно із малої різниці між значеннями сумарних похибок обмеження. При значенні кривизни $K_0=3/\sqrt[3]{4}$ значення похибок зростають тому, що в такому випадку отримують контур обертової краплі витягнутої форми і для обчислення такого контуру потрібно зробити більшу кількість кроків інтегрування.

Розроблена програма дозволяє розраховувати сумарне значення похибки обмеження, але похибка обмеження не дозволяє визначити методичну похибку розрахунку контуру обертової краплі. Згідно [7,8] обчислити методичну похибку числового інтегрування методами Рунге-Кутта неможливо, що є одним із їхніх недоліків. Отримані значення похибки обмеження можна використати для оцінки мінімального значення методичної похибки.

Методичну похибку розрахунку параметрів контуру обертової краплі можна

було б визначити, порівнюючи отримані результати розрахунку з еталонними. Частковий випадок, що може бути використаний для оцінки методичної похибки — це розрахунок параметрів контуру обертової краплі у формі кулі, як це пропонується в [9], так як параметри кулі легко відтворюються з досить високою точністю. Ці результати наведені в табл. 5. Обчислення проводились числовим інтегруванням з корекцією на кроці (діапазон значення похибки обмеження на кроці $10^{-13}\div 10^{-14}$). В дужках приведенні результати отримані за відомими формулами для обчислення координат точок, об'єму і площі поверхні кулі. Як видно із табл. 5, із збільшенням кривизни K_0 точність обчислень зростає, що свідчить про більш точнішу відтвореність контуру кулі шляхом обчислень згідно із системою рівнянь (1). При значенні кривизни $K_0=100$ отримали результат обчислення координат точок контуру кулі із методичною похибкою розрахунку координат контуру краплі $\Delta M_x=\Delta M_y=2\cdot 10^{-8}$, а методичні похибки розрахунку об'єму V і площі S кулі відповідно склали $\Delta M_V=1,5\cdot 10^{-10}$; $\Delta M_S=1,2\cdot 10^{-8}$.

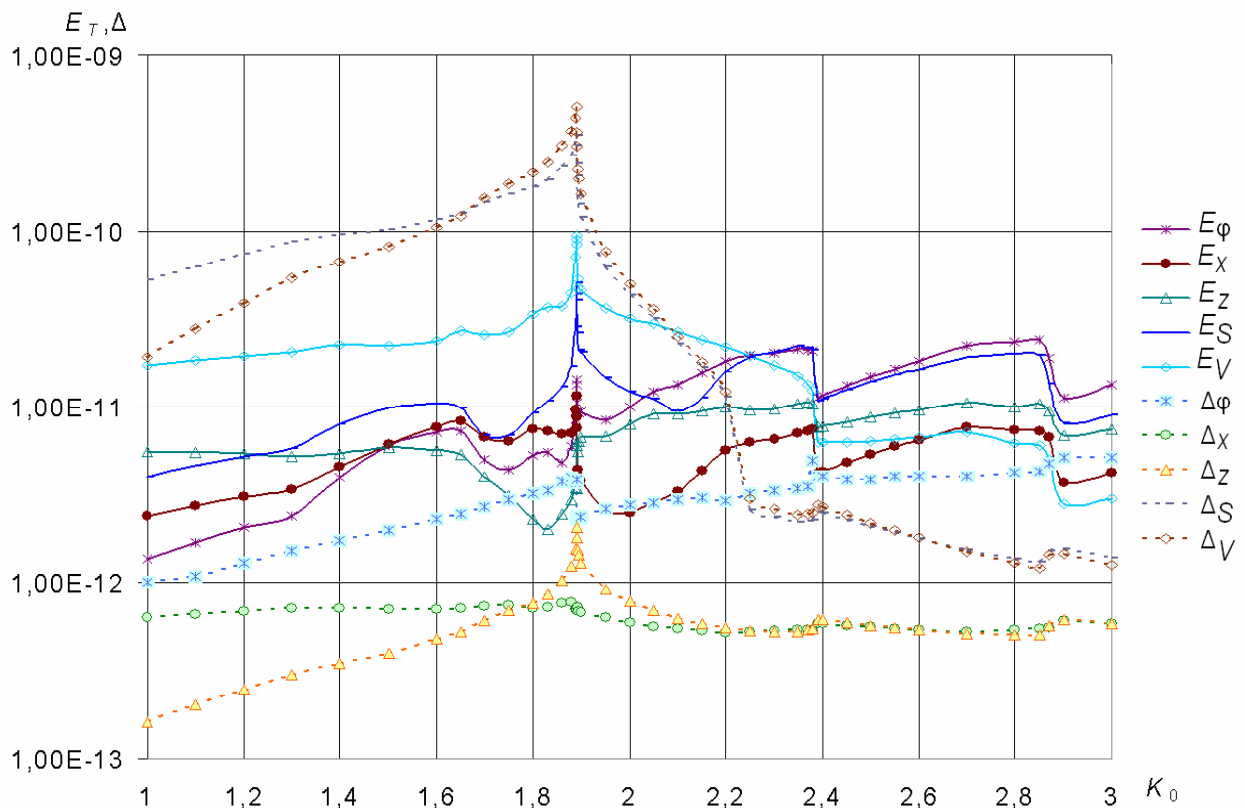


Рисунок 1 – Залежність сумарних похибок обмеження і заокруглення від кривизни в омбілічній точці обертової краплі

Таблиця 5 – Результати обчислень параметрів кулі шляхом розв’язування рівняння (1) числовим інтегруванням

Кривизна в омбілічній точці K_0	Координати точки при $\varphi=90^\circ$		Об’єм кулі V	Площа поверхні кулі S
	X	Z		
10	0,2002 (0,2)	0,2004 (0,2)	0,033645 (0,03351)	0,504 (0,50265)
20	0,100012 (0,1)	0,099983 (0,1)	0,0041908 (0,0041887)	0,125705 (0,1256637)
30	0,066669 (0,066666)	0,066671 (0,066666)	0,0012413 (0,0012442)	0,05585605 (0,0558505)
70	0,028571465 (0,028571428)	0,0285624 (0,028571428)	$9,76983 \cdot 10^{-5}$ ($9,76977 \cdot 10^{-5}$)	0,0102583 (0,01025826)
100	0,02000002 (0,02)	0,02000002 (0,02)	$3,351045 \cdot 10^{-5}$ ($3,35103 \cdot 10^{-5}$)	0,00502656 (0,005026548)

Об’єм і площа кулі обчислювались з більшою похибкою, що пояснюється використанням в системі (1) наближених формул для обчислення цих параметрів. Значення похибок обмеження і заокруглення по відповідних параметрах склали: $E_x=2,1 \cdot 10^{-13}$; $E_z=6,9 \cdot 10^{-13}$; $E_S=1,27 \cdot 10^{-14}$; $E_V=1,38 \cdot 10^{-16}$; $\Delta_x=2,7 \cdot 10^{-13}$; $\Delta_z=5,39 \cdot 10^{-13}$; $\Delta_S=1,22 \cdot 10^{-16}$; $\Delta_V=4,01 \cdot 10^{-16}$. Методична похибка в цьому випадку є більшою за значення похибок обмеження, але точність обчислення параметрів краплі є достатньою, щоб їх використати в методиках розрахунку параметрів контурів обертових крапель [6, 7].

ВИСНОВКИ

Числовий метод інтегрування із корекцією на кроці інтегрування дає значний вигравш в точності і об’ємі обчислень контуру краплі порівняно з методом числового інтегрування із постійним кроком. Отримані результати обчислення похибок дають змогу їх враховувати при метрологічному аналізі розроблених методів вимірювання міжфазного натягу методом обертової краплі, які вимагають числового розв’язку системи рівнянь (1).

Література

1. Русанов А. И. Межфазная тензиометрия. / А. И. Русанов, В. А. Прохоров – СПб: Химия, 1994. – 400 с.
2. Vonnegut B // Rev. Sci. Instr., 1942, V13, №1.- P. 6–9.

3. Princen H. M. // Surface and Colloid Science. V2/Ed by Matijevic E., Eirich F R N Y Wiley, 1969.- P.1–84.

4. Slattery J. C., Chen J. D. // J. Colloid Interface Sci., 1978, V64, №2.- P. 371–373.

5. Кісіль Р. І. Удосконалена методика і прилад для вимірювання міжфазного натягу методом обертової краплі / Р. І. Кісіль, С. А. Чеховський // Методи та прилади контролю якості. – 1999. – №4. – С. 36–40.

6. Кисиль И.С. Методы и приборы контроля качества растворов поверхностно-активных веществ путем измерения поверхностного и межфазного натяжений: дис. на соискание ученой степени доктора технических наук: 05.11.13 / Кисиль Игорь Степанович. – Ивано-Франковск, 1991. – 390 с.

7. Мак-Кракен Д. Численные методы и программирование на фортране / Д. Мак-Кракен, У. Дорн. — М.: Мир, 1977. — 583 с.

8. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельников. — М.: Наука, 1993. — 630 с.

9. Сучасні прилади, матеріали і технології для неруйнівного контролю і технічної діагностики машинобудівного і нафтогазопромислового обладнання / Зб. матеріалів доповідей, 2–5 грудня 2008р. – Івано-Франківськ: Факел, 2008. — С. 200–202.

Поступила в редакцію 20.05.2009р.

Рекомендував до друку докт. техн. наук,
проф. Горбійчук М.І.