

УДК 681.3.07

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ЗМІНИ ОБ'ЄМУ ГАЗОВОГО МЕНІСКА ПРИ ВИМІРЮВАННІ ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИН МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ТИСКУ У ГАЗОВІЙ БУЛЬБАШЦІ

І.С. Кісіль, А.О.Малько

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, м. Івано-Франківськ, 76019, тел. (8-034-22) 4-60-77, e-mail: zarichna@nung.edu.ua

Приведені результати дослідження зміни об'єму газового меніска в околі максимального тиску в ньому в процесі формування меніска на торці капіляра. Оцінений вплив початкового об'єму вимірювальної системи на вид характеристики. Виявлені умови і причини явища гістерезису при утворенні газової бульбашки.

Приведены результаты исследования изменения объема газового мениска в окрестности максимального давления в нем в процессе формирования мениска на торце капилляра. Оценено влияние начального объема измерительной системы на вид характеристики. Определены условия и причины явления гистерезиса при образовании газового пузырька.

Research of change of volume of gas meniscus is conducted in the vicinity of maximal pressure in him in the process of forming of meniscus on the butt end of capillary. Influence of initial volume of the measuring system of serve of description is appraised. Found out terms and reasons of the phenomenon of hysteresis at formation of bubble.

При вимірюванні поверхневого натягу рідин методом максимального тиску у газовій бульбашці (МТГБ) при її утворенні на торці капіляра значний інтерес представляє залежність процесу зміни її об'єму від способу подачі газової фази у меніск. Особливо цікавою є поведінка газового меніска при проходженні стану максимального тиску в ньому при видавлюванні і всмоктуванні цього меніска.

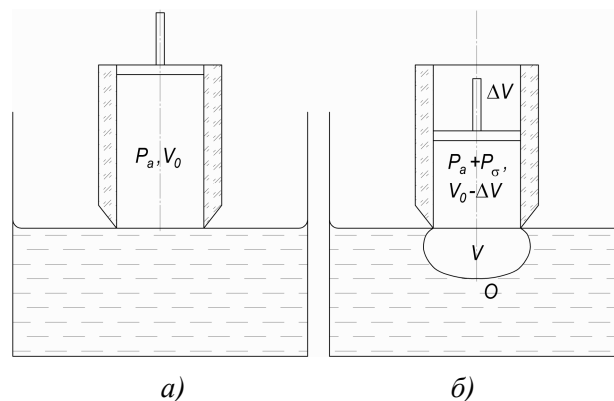
Поведінка меніска в околі максимального тиску в ньому дає можливість дослідити залежність поверхневого натягу розчинів поверхнево-активних речовин в часі.

Експериментально дослідити цей процес досить важко, так як він є стрибкоподібним і при цьому може мати місце явище гістерезису.

Для теоретичного дослідження процесу зміни характеристик капілярної поверхні, в тому числі і його об'єму, запропонована спрощена імітаційна схема (рис. 1 і рис. 2).

На рис.1 показаний процес зміни об'єму газового меніска на торці ножевого капіляра внаслідок переміщення плунжера вниз (назвемо цей процес видавлюванням). При русі плунжера вниз (початкове його положення наведено на рис. 1, а) газова фаза надходить у меніск, що приводить до збільшення його об'єму (рис. 1, б). При зворотному ході плунжера навпаки, газова

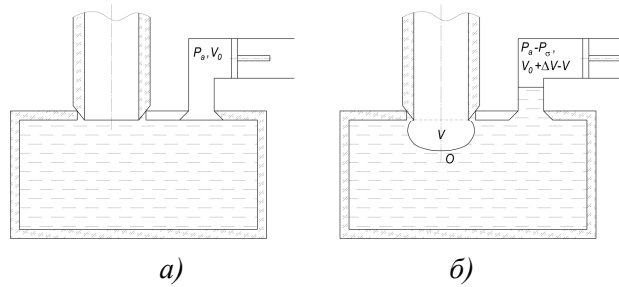
фаза переходить із меніска у систему подачі газової фази.



а) – початковий стан; б) – текучий стан

Рисунок 1 - Процес видавлювання газової бульбашки

Інший спосіб зміни об'єму меніска представлений на рис. 2. Тут капіляр занурений у рідину, яка знаходиться у герметичній відносно атмосфери камері. Зміна об'єму меніска досягається переміщенням плунжера, який всмоктує газову фазу (процес всмоктування).



а) – початковий стан; б) – текучий стан

**Рисунок 2 – Процес всмоктування газової бульбашки**

З термодинамічної точки зору вказані процеси зміни об'єму менісків є ізотермічними, так як об'єм рідини набагато більший від об'єму газового меніска, а теплоємність рідини є незрівнянно більшою від теплоємності газової фази. Виходячи з вказаних вище припущень і враховуючи те, що кількість газової фази у системі камера - капілярна поверхня меніска є сталою, згідно рівняння стану ідеального газу можемо записати, що

$$PV = mRT/\mu, \quad (1)$$

тобто

$$PV = const, \quad (2)$$

де  $P, V, T$  – відповідно абсолютний тиск, об'єм і температура газу в системі;  $\mu, R$  – молярна маса газу і газова стала.

Так як глибина занурення ножового капіляра в рідину дорівнює нулю (рис. 1, а), то, виходячи з (2), процес видавлювання можна описати за допомогою такої залежності:

$$P_a V_0 = (P_a + P_\sigma)(V_0 - \Delta V + V), \quad (3)$$

де  $P_a$  – атмосферний тиск;  $\Delta r$  – різниця густин контактуючих фаз;  $V_0$  – початковий об'єм замкнутої системи при плоскому меніску, який може бути таким тоді, коли кут змочування рідиною внутрішньої стінки капіляра  $\Theta=90^\circ$ , (рис.1, а);  $P_\sigma = 2\sigma/R_0 + \rho g z_0$  – надлишковий тиск створений капілярними силами при наявності меніска;  $\Delta V$  – зміна об'єму камери за рахунок руху поршня;  $V$  – об'єм утвореної газової бульбашки;  $\sigma$  – поверхневий натяг на межі розділу рідина – газ;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $R_0, z_0$  – відповідно радіус кривизни меніска в його вершині і віддаль від неї до нижнього торця капіляра. У виразі (3)

ліва частина відповідає стану рис. 1, а, а права – стану рис.1, б.

З (3) можна отримати залежність об'єму видавлювання поршнем  $\Delta V$  від об'єму бульбашки  $V$ :

$$\Delta V = V + V_0 \frac{P_\sigma}{P_a + P_\sigma}. \quad (4)$$

Аналогічно для випадку всмоктування (рис. 2) з урахуванням (2) отримаємо, що:

$$P_a V_0 = (P_a - P_\sigma)(V_0 + \Delta V - V), \quad (5)$$

звідки

$$\Delta V = V + V_0 \frac{P_\sigma}{P_a - P_\sigma}. \quad (6)$$

Залежності (4) і (6) відносно прості, однак для їх дослідження треба знати залежність тиску у бульбашці  $P_\sigma$  від її об'єму  $V$ , тобто  $P_\sigma(V)$ . Залежність  $P_\sigma(V)$  є різною для різних значень поверхневого натягу  $\sigma$  на межі розділу рідина – газ.

Методика отримання залежностей тиску в меніску бульбашки від її об'єму для різних значень капілярної сталої детально описана в [1]. Її отримують шляхом чисельного інтегрування рівняння Юнга – Лапласа у такій диференціальній формі:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dL_a} = K_a - \frac{\sin\varphi}{x_a} + z_a, & \frac{dx_a}{dL_a} = \cos\varphi, & \frac{dz_a}{dL_a} = \sin\varphi, \\ \frac{dV_a}{dL_a} = \pi x_a^2 \sin\varphi, & \frac{dS_a}{dL_a} = 2\pi x_a \end{cases} \quad (7)$$

при таких крайових умовах в омбілічній точці газового меніска ( $L_a = 0$ ):

$$\varphi = 0, x_a = 0, z_a = 0, S_a = 0, V_a = 0, \quad (8)$$

де

$$\begin{aligned} x_a &= x/a, & L_a &= L/a, \\ K_a &= Ka, & z_a &= z/a \end{aligned} \quad (9)$$

– параметри меніска (деякі вказані на рис.3), приведені до капілярної сталої  $a^2 = \sigma/\Delta\rho g$ ;  $L$  – довжина дуги осевого перерізу меніска,  $S$  – площа меніска;  $K$  – Гаусова кривизна меніска в омбілічній точці;  $x, y, z$  – розмірні координати точки на поверхні меніска.

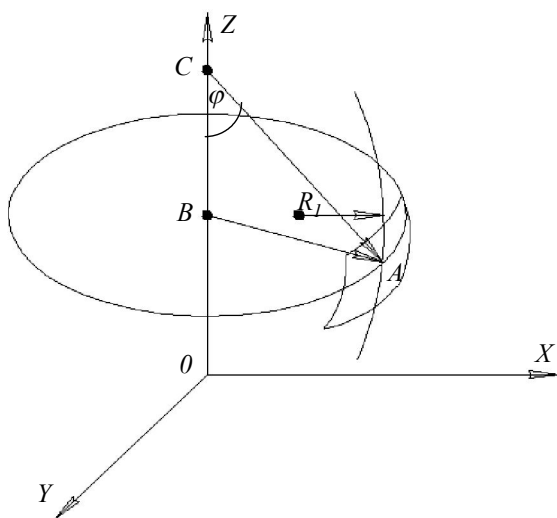


Рисунок 3 – Геометричні параметри меніска

Результатом моделювання є значення відповідних параметрів меніска, приведені до радіуса капіляра для різних послідовних станів зростання газового меніска, в тому числі безрозмірних об'єму  $V_r$  і надлишкового максимального тиску  $P_r$ :

$$V_r = V / r^3, \quad (10)$$

$$P_r = \frac{P}{\Delta\rho g r}, \quad (11)$$

де  $r$  – радіус вихідного отвору каліброваного отвору капіляра,  $P$  – надлишковий максимальний тиск в меніску.

Табличні значення залежностей  $P_r(V_r)$  при зміні  $a_r^2$  від 1 до 10 з кроком 1 наведені в табл. 1, де  $a_r^2 = a^2 / r^2$ .

Реально ці табличні значення відповідають меніску на торці капіляра радіусом 1 мм для діапазону зміни поверхневого натягу  $(10 \div 100) \times 10^{-3}$  Н/м.

Якісна картина залежностей  $P_r(V_r)$  наведена на рис. 4.

Із рис. 4 видно, що для різних значень  $a_r^2$  існує максимально можливий об'єм, більше якого меніск зростати не може. Він відповідає куту  $\varphi \approx 260^\circ$  для всіх  $a_r^2$ . Також на графіку (рис. 4) можна якісно спостерігати досягнення максимального тиску у меніску в процесі утворення газової бульбашки при процесі вимірювання поверхневого натягу рідин методом МТГБ.

Отримавши залежності  $P_r(V_r)$  згідно (4) і (6), можна дослідити процес зміни об'єму меніска від способу подачі газової фази в нього. В даному випадку інтерес представляє поведінка меніска в процесі зміни його об'єму в залежності від початкового об'єму камери  $V_0$ .

З метою аналізу результатів дослідження у якості початкового об'єму системи доцільно взяти об'єм, кратний в  $k$  разів об'єму меніска в момент максимального тиску в ньому  $V_m$ , тобто

$$V_0 = k V_m. \quad (12)$$

На рис. 5 представлені залежності для зміни об'єму меніска  $V$  від зміни об'єму системи  $\Delta V$  для різних значень початкового об'єму  $V_0$  згідно (12) для  $k=100, 1000, 10000, 20000, 30000, 40000, 50000, 60000, 70000, 80000, 90000, 100000$  (зростання  $V_0$  відповідає зміщенню кривих зліва на право) і  $a_r^2 = 1$ . Лінія  $V_m$  – це об'єм меніска в момент максимального тиску в ньому.

Із рис. 5 видно, що із збільшенням початкового об'єму  $V_0$  перегин кривої наближається до  $V_m$ . Для  $k < 10000$  бульбашка зростає майже на всьому можливому інтервалі подачі газу в меніск. При більших значеннях  $k$  і при великих  $V$  відбувається утворення бульбашки із меніска і її відрив від торця капіляру (перегин кривої). При подальшому зростанні  $V_0$  момент відриву бульбашки прямує до моменту досягнення в ній максимального тиску, що на практиці спостерігається при видавлюванні бульбашки. Також видно, що при невеликих значеннях  $a_r^2$  для будь-яких початкових об'ємів системи явище гістерезису не спостерігається.

Аналогічні залежності для  $a_r^2 = 10$  представлено на рис. 6 для  $k = 100, 1000, 5000, 10000, 20000, 30000, 40000, r = 1$  мм,  $V - [\text{мм}^3]$ ,  $V_m = 2,2053 \text{ і } ^3$ . Видно, що поведінка залежностей різко змінилася. Так вже тільки для  $k < 1000$  спостерігається монотонне зростання об'єму меніска із плавним переходом через  $V_m$ . При зростанні  $k$  в околі  $V_m$  має місце лише різкий перегин і при  $k > 30000$  відбувається утворення і відрив газової бульбашки. Для проміжних значень початкових об'ємів очевидне явище гістерезису.

Таблиця 1 – Залежність  $P_r(V_r)$  для різних  $a_r^2 = 1 \div 10$ 

$a_r^2=1$	$a_r^2=2$		$a_r^2=3$		$a_r^2=4$		$a_r^2=5$		$a_r^2=6$		$a_r^2=7$		$a_r^2=8$		$a_r^2=9$		$a_r^2=10$		
	$V_r$	$P_r$	$V_r$	$P_r$	$V_r$	$P_r$	$V_r$	$P_r$	$V_r$	$P_r$	$V_r$	$P_r$	$V_r$	$P_r$	$V_r$	$P_r$	$V_r$	$P_r$	
0,0659	0,1953	0,0672	0,37	0,0677	0,5441	0,068	0,7184	0,8932	0,0682	1,0675	0,682	1,2419	0,682	1,4162	0,683	1,5905	0,683	1,7649	
0,1995	0,5811	0,2036	1,1000	0,2051	1,6171	0,2058	2,1347	2,6538	0,2065	3,1716	0,2067	3,6893	0,2069	4,2068	0,207	4,7244	0,2071	5,2423	
0,3384	0,9529	0,3459	1,8293	0,3484	2,683	0,3497	3,5053	4,3378	0,3513	5,1806	0,3517	6,0278	0,3516	6,874	0,3517	7,7191	0,3523	8,5645	
0,4865	1,3020	0,4986	2,4529	0,5028	3,5991	0,505	4,7463	5,8969	0,5072	7,0444	0,5078	8,1918	0,5083	9,3387	0,5087	10,4857	0,509	11,6336	
0,6487	1,6207	0,6673	3,0406	0,6739	4,4541	0,6772	5,8686	7,2873	0,6807	8,702	0,6817	10,1166	0,6824	11,5306	0,683	12,9447	0,6835	14,3598	
0,8301	1,9027	0,8591	3,5499	0,8694	5,1881	0,8747	6,8273	8,471	0,8802	10,1101	0,8818	11,7489	0,883	13,3871	0,8839	15,0252	0,8847	16,6646	
1,0397	2,1436	1,0836	3,9699	1,1000	5,7841	1,1086	7,5985	1,1139	9,4176	1,1175	11,2315	1,1201	13,0449	1,122	14,8576	1,1235	16,6702	1,1247	18,4842
1,2848	2,3408	1,354	4,3006	1,3808	6,239	1,395	8,1695	1,4039	10,1061	1,4100	12,0394	1,4143	13,973	1,4176	15,9056	1,4202	17,8378	1,4223	19,7713
1,5773	2,4945	1,6883	4,5219	1,7335	6,5247	1,7581	8,5239	1,7736	10,5265	1,7843	12,5224	1,792	14,5173	1,798	16,511	1,8027	18,5043	1,8065	20,4989
1,9304	2,6068	2,1114	4,6566	2,1898	6,6700	2,2340	8,6753	2,2625	10,6821	2,2824	12,6809	2,297	14,678	2,3083	16,6733	2,3172	18,668	2,3245	20,6638
2,3582	2,6825	2,6548	4,6953	2,7943	6,6633	2,8766	8,6309	2,9313	10,5923	2,9703	12,5379	2,9996	14,4781	3,0223	16,4161	3,0405	18,3533	3,0554	20,2911
2,8740	2,7275	3,3566	4,6934	3,6064	6,5819	3,7631	8,4435	3,8716	10,2955	3,9514	12,1336	4,0128	13,9657	4,0614	15,7932	4,101	17,6179	4,1338	19,442
3,4870	2,7482	4,254	4,6305	4,6952	6,4059	4,9926	8,138	5,2098	9,8499	5,3764	11,5413	5,5089	13,2217	5,617	14,8939	5,707	16,5605	5,7833	18,2239
4,1994	2,7509	5,3746	4,539	6,1245	6,1891	6,6696	7,761	7,0921	9,3285	7,4331	10,8514	7,716	12,3556	7,9555	13,8456	8,1616	15,3251	8,3411	16,7972
5,0050	2,7403	6,7248	4,4376	7,9282	5,9617	8,8664	7,4072	9,637	8,8033	10,2912	10,159	10,8587	11,4867	11,3588	12,7926	11,8049	14,0814	12,2066	15,357
5,8890	2,7198	8,2859	4,3278	10,0932	5,7467	11,5864	7,0667	12,875	8,3244	14,0168	9,5331	15,046	10,7059	15,9852	11,8499	16,8505	12,9704	17,6537	14,0717
6,8293	2,6915	10,0156	4,2231	12,5604	5,5502	14,7578	6,7674	16,7263	7,9124	18,5263	9,0019	20,196	10,0512	21,7604	11,0687	23,2372	12,0577	24,6395	13,0194
7,7989	2,6568	11,8562	4,1226	15,2389	5,3733	18,2551	6,5076	21,0299	7,5656	23,623	8,5653	26,0761	9,5205	28,4158	10,4395	30,6607	11,3283	32,8251	12,1917
8,7676	2,6165	13,7148	4,0255	17,9868	5,2141	21,9138	6,2831	25,588	7,2734	29,0615	8,2039	32,387	9,0886	35,5961	9,9362	38,709	10,7528	41,7399	11,5431
9,7042	2,5713	15,6709	3,9314	20,8903	5,0691	25,6566	6,0861	30,1965	7,0236	34,5738	7,9012	38,8167	8,7328	42,9406	9,5271	46,964	10,2904	50,9051	11,0272
10,5776	2,5217	17,3722	3,8394	23,4648	4,9352	29,1829	5,9105	34,6606	6,8066	39,9445	7,6433	45,0846	8,4342	50,1078	9,1881	55,0342	9,9112	59,8807	10,6082
11,3585	2,4684	18,9857	3,7492	25,9156	4,8102	32,4761	5,7519	38,8016	6,6152	44,9332	7,4197	50,9228	8,1791	56,7969	8,9021	62,5758	9,5947	68,2767	10,2616
12,0204	2,412	20,3858	3,6608	28,0623	4,6926	35,3757	5,6066	42,4605	6,4437	49,352	7,2234	56,1038	7,9587	62,7416	8,6579	69,2857	9,3272	75,7539	9,9711
12,5403	2,3534	21,5228	3,5745	29,827	4,5828	37,7753	5,4754	45,5012	6,292	53,0351	7,0517	60,4315	7,7677	67,7156	8,4485	74,9077	9,0999	82,0257	9,7265
12,9002	2,2936	22,3563	3,4912	31,1465	4,4803	39,5882	5,3557	47,8133	6,1564	55,8478	6,9011	63,7471	7,6030	71,5357	8,2701	79,2338	8,9083	86,8595	9,3221

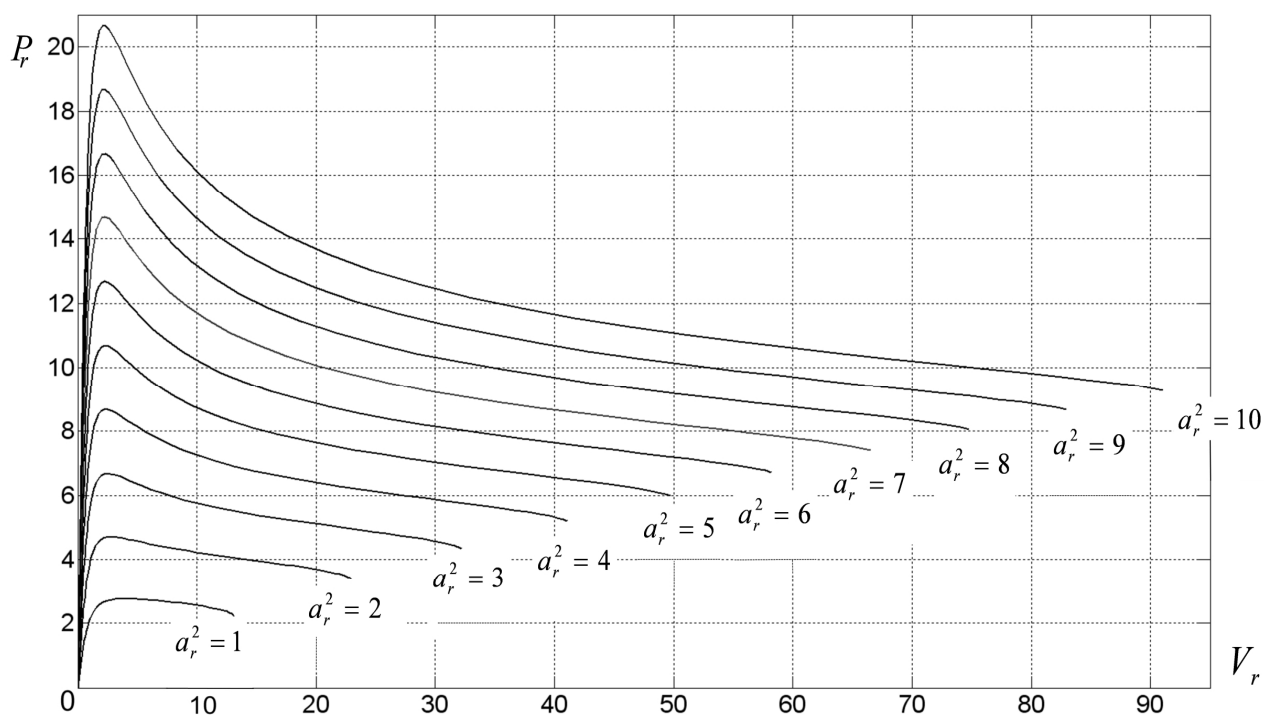


Рисунок 4 – Залежність тиску від об'єму на всьому діапазоні його зміни

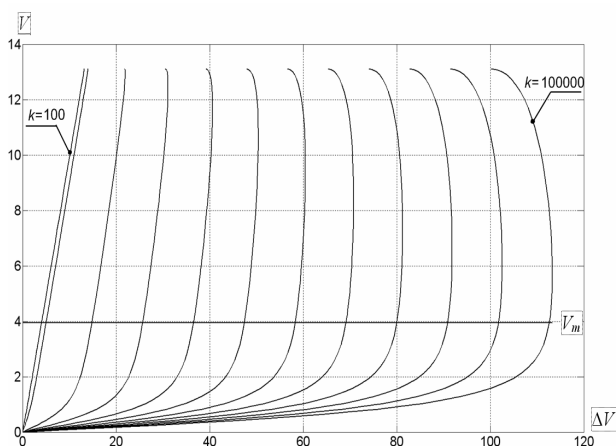


Рисунок 5 - Залежності об'єму меніска  $V$  від зміни об'єму системи  $\Delta V$  для різних значень початкового об'єму  $V_0$  ( $a_r^2 = 1$ ,  $r = 1$  мм,  $V - \text{мм}^3$ ,  $V_m = 3,9498 \text{мм}^3$ )

Залежності для  $a_r^2 = 40$ ,  $r = 0,25$  мм,  $V_0 = 10, 100, 1000, 2000, 3000 \text{мм}^3$  представлені на рис. 7, звідки видно ще більше зміщення моменту утворення бульбашки в сторону зменшення початкового об'єму системи і чіткіший прояв гістерезису.

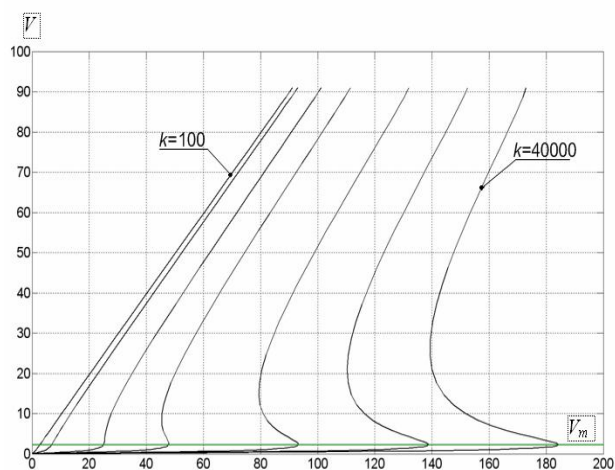
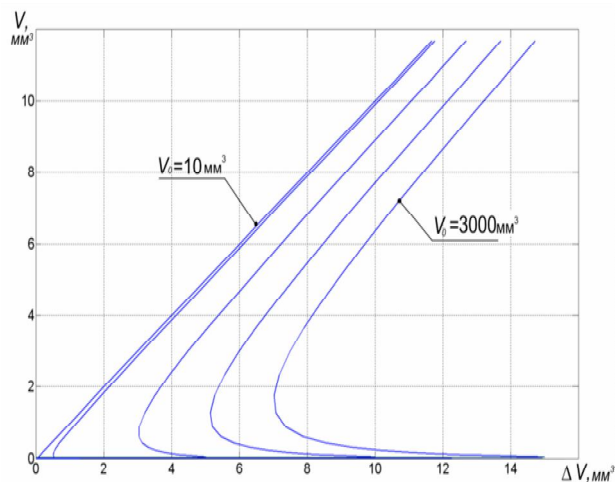


Рисунок 6 - Залежності об'єму меніска  $V$  від зміни об'єму системи  $\Delta V$  для різних значень початкового об'єму  $V_0$  ( $k = 100, 1000, 5000, 10000, 20000, 30000, 40000$ ,  $a_r^2 = 10$ ,  $r = 0,5$  мм,  $V - \text{мм}^3$ ,  $V_m = 2,2053 \text{мм}^3$ )

На рис. 7 наведений вирізаний фрагмент графічної залежності рис. 5 з вираженим перегином. При видавлюванні газової фази об'єм меніска зростає в напрямку 1-2.



**Рисунок 7 – Залежності об'єму меніска  $V$  від зміни об'єму системи  $\Delta V$  для різних значень початкового об'єму  $V_0$  ( $a_r^2 = 40$ ,  $r = 0,25$  мм,  $V_0 = 10, 100, 1000, 2000, 3000$  мм<sup>3</sup>)**

В точці 2 відбувається різкий перехід 2-3, тобто стрибкоподібне зростання об'єму меніска. Подальша подача газової фази приводить до зростання меніску у напрямку 3-4. Зворотний хід поршня від точки 4 відбувається у напрямку 4-3-5. У точці 5 відбувається різке зменшення об'єму меніска у напрямку 5-6. При подальшому збільшенні об'єму системи (всмоктування газу) процес відбувається у напрямку 6-1. При циклічному процесі видавлювання – всмоктування має місце явний ефект гістерезису. Причому амплітуда петлі залежить від початкового об'єму системи і поверхневого натягу досліджуваної рідини.

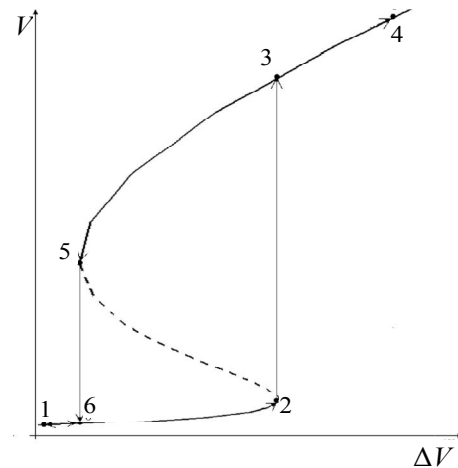
Аналіз також показав, що криві процесів зміни об'єму меніска для випадку видавлювання (рис. 1) і всмоктування (рис. 2) практично не відрізняються.

## ВИСНОВКИ

Шляхом чисельного моделювання процесу зростання газового меніска досліджені

залежності його об'єму від зміни об'єму системи видавлювання для різних початкових значень об'єму системи. Виявлені умови і причини явища гістерезису при циклічній зміні об'єму меніска.

Отримані результати дають можливість вдосконалити методологічну базу вимірювання поверхневого натягу рідин методом МТГБ.



**Рисунок 8 – Гістерезис зміни об'єму бульбашки від об'єму видавлювання і всмоктування (приріст 1-2-3-4, спад 4-3-5-6-1)**

## Література

1. Малько О.Г., Кісіль І.С., Малько А.О. Характеристики меніска газової бульбашки в околі максимального тиску в ній. //Методи та прилади контролю якості. – 2008. -№21. – С. 77-82.
2. Русанов А.И., Прохоров В.А. Межфазная тензометрия. – СПб: Химия, 1994. – 400 с.

Поступила в редакцію 20.05.2009р.

Рекомендував до друку докт. техн. наук,  
проф. Пістун Є. П.