УДК 622.24.681.3

ВИЗНАЧЕННЯ АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КОНТРОЛЮ МЕХАНІЧНОЇ ШВИДКОСТІ ПРОХОДКИ СВЕРДЛОВИНИ

В.Б. Кропивницька, Д.Р. Кропивницький

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
вул. Карпатська, 15, м.Івано-Франківськ, 76019, (0342) 72-71-68

Розглянута узагальнена математична модель механічної швидкості проходки свердловини, яка використовується для розв'язку задачі ідентифікації параметрів контролю процесу буріння. Проведено програмну обробку експериментальних даних за допомогою методу найменших квадратів. Досліджено точність узагальненої математичної моделі та проведено її перевірку на адекватність реальному процесу буріння.
Ключові слова: адекватність математичної моделі, механічна швидкість буріння свердловини, дослідження точності, середньоквадратичне відхилення, гіпотеза.

Рассмотрена обобщенная математическая модель механической скорости проходки скважины, используемая для решения задачи идентификации параметров контроля процесса бурения. Произведено программную обработку экспериментальных данных с помощью метода наименьших квадратов. Исследована точность обобщенной математической модели и выполнено ее проверку на адекватность реальному процессу бурения.
Ключевые слова: адекватность математической модели, механическая скорость бурения скважины, исследование точности, среднеквадратическое отклонение, гипотеза.

Considered a generalized mathematical model of the mechanical speed of sinking wells used for solution of the problem identification parameters control the drilling process. A software processing experimental data using the least squares method. Investigated the accuracy of the generalized mathematical model and conducted its real check on the adequacy of the drilling process.
Keywords: adequacy of mathematical models, mechanical speed drilling, research precision, standard deviation, hypothesis.

Вступ. Витрати на механічне буріння свердловини за оцінками авторів роботи [1] складають 75-80% від загальної вартості спорудження свердловини. Для контролю та встановлення оптимальної проходки за рейс необхідно мати залежність зміни в часі механічної швидкості проходки. У зв′язку з невизначеністю, складним взаємозв′язком показників і параметрів дати строгий математичний опис процесу поглиблення свердловини практично неможливо. Цим, мабуть, пояснюється наявність наближених математичних моделей, запропонованих різними авторами. Не дивлячись на різноманітність та протиріччя цих моделей, в них можна виділити загальну тенденцію до використання найпростіших функцій з невеликою кількістю коефіцієнтів.

В роботі [2] було розглянуто узагальнену математичну модель механічної швидкості проходки процесу буріння свердловини в залежності від стану бурового обладнання

$$v_t = v_0\phi(t), \tag{1}$$

де v_0 – початкова швидкість буріння; $\phi(t)$– функція зношення озброєння долота.

Залежно від умов буріння, типу долота, різні дослідники [3,4,5,6] описували процес поглиблення нафтових і газових свердловини однією із можливих моделей, що витікають із залежності (1).

Оскільки різні типи теоретичної кривої можна узагальнити, то було запропоновано описувати зміну механічної швидкості проходки в часі при бурінні в однорідних породах з постійними значеннями осьового навантаження на долото F і швидкості обертання ротора n диференційним рівнянням такого виду [3]:

$$\frac{dv_t}{dt} = -K_v v_t^m \tag{2}$$

з початковою умовою $v_{t=0} = v_0$, де v_t - механічна швидкість проходки, K_v - швидкість зміни оцінки стану озброєння долота, m - ціле число, яке приймає одне із значень 0, 1, 2 або 3.

Із введенням показника степеня m модель процесу буріння стала залежною від його значення. Тому під час побудови алгоритму її реалізації на ЕОМ приходиться програмувати різні проміжні обчислення, залежні від m.

В даній роботі використовується ця узагальнена модель, але передбачається програмний вибір вигляду проміжних формул. Метою даної роботи є вдосконалення алгоритму вибору моделі, яка найкраще апроксимує експериментальні значення зміни проходки в часі *h(t)*.

Основна частина. Для ідентифікації параметрів моделей використали алгоритм мінімізації функції нев'язки, розглянутий в роботах [7,8], але область застосування алгоритму, розробленого для моделі гіперболічного виду була розширена і охоплювала сукупність моделей, описаних рівняннями (1)-(2).

В табл. 1 для найбільш розповсюджених залежностей механічної швидкості проходки: лінійної (модель А), експоненціальної (модель В), гіперболічної (модель С) та кореневої (модель D), наведені результати обчислень $h(t)$.

Адекватність математичних моделей. З метою дискримінації моделей опрацьовувалися експериментальні дані однієї з свердловин Долинського УБР "Луковець-5". Буріння проводилось на глибині від 4900 до 5200 метрів роторним способом тришарошковим долотом діаметром 190 мм. Вказаний діапазон буріння розбили на 42 інтервали. В межах одного інтервалу осьове навантаження та частота обертання ротора були постійні. Кожен інтервал починали бурити новим долотом.

Точність моделі розраховували за оціночним значенням дисперсії:

$$\widehat{\sigma}_h^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\Delta H_i - \Delta h_i\right)^2 . \qquad (3)$$

Результати обислень для кожної з моделей занесено в таблицю 2.

Таблиця 1 - Моделі процесу буріння свердловин

№ п/п	Значення m	Назва моделі	Модель	Рівняння для *h(t)*
1	0	A	$v_t = v_0\left(1 - K_R t\right)$	$h = \frac{v_0}{2K_R}\left(1-\left(1-K_R t\right)^2\right)$
2	1	B	$v_t = v_0 e^{-K_v t}$	$h = \frac{v_0}{K_v}\left(1-e^{-K_v t}\right)$
3	2	C	$v_t = \frac{v_0}{1+K_\varepsilon t}$	$h = \frac{v_0}{K_\varepsilon}\ln\left(K_\varepsilon t + 1\right)$
4	3	D	$v_t = \frac{v_0}{\sqrt{K_q t + 1}}$	$h = \frac{2v_0}{K_q}\left(\sqrt{K_q t + 1} - 1\right)$

Таблиця 2 - Оціночне значення дисперсії $\widehat{\sigma}_h^2$ для моделей різного вигляду

№ інтерв.	Кількість точок	$\widehat{\sigma}_A^2$	$\widehat{\sigma}_B^2$	$\widehat{\sigma}_C^2$	$\widehat{\sigma}_D^2$
1	2	3	4	5	6
1	9	$1,03088\cdot10^{-3}$	$9,81947\cdot10^{-4}$	$8,57101\cdot10^{-3}$	$5,99766\cdot10^{-4}$
2	10	$1,49556\cdot10^{-3}$	$1,42483\cdot10^{-3}$	$1,35123\cdot10^{-3}$	$1,26145\cdot10^{-4}$
3	17	$1,26481\cdot10^{-5}$	$2,96526\cdot10^{-4}$	$6,45984\cdot10^{-5}$	$1,34149\cdot10^{-4}$
4	13	$8,88582\cdot10^{-4}$	$4,22327\cdot10^{-3}$	$4,51048\cdot10^{-3}$	$4,75811\cdot10^{-3}$
5	10	$3,78206\cdot10^{-4}$	$3,26825\cdot10^{-5}$	$4,01185\cdot10^{-4}$	$5,38650\cdot10^{-5}$
6	49	$3,01666\cdot10^{-6}$	$1,34962\cdot10^{-6}$	$6,62627\cdot10^{-7}$	$4,56951\cdot10^{-6}$

Продовження таблиці 2

1	2	3	4	5	6
7	17	$1,66853\cdot10^{-3}$	$2,36653\cdot10^{-4}$	$1,66787\cdot10^{-4}$	$9,37314\cdot10^{-4}$
8	6	$8,93182\cdot10^{-3}$	$9,88897\cdot10^{-3}$	$8,55337\cdot10^{-4}$	$1,29984\cdot10^{-4}$
9	14	$3,89333\cdot10^{-5}$	$8,92710\cdot10^{-5}$	$8,96831\cdot10^{-5}$	$9,01949\cdot10^{-4}$
10	10	$1,95092\cdot10^{-4}$	$6,95305\cdot10^{-4}$	$6,95305\cdot10^{-4}$	$8,91610\cdot10^{-5}$
11	15	$8,85476\cdot10^{-5}$	$3,16571\cdot10^{-4}$	$3,48390\cdot10^{-4}$	$3,80766\cdot10^{-4}$
12	7	$9,73736\cdot10^{-5}$	$3,24942\cdot10^{-4}$	$3,72008\cdot10^{-4}$	$4,15650\cdot10^{-4}$
13	15	$6,15711\cdot10^{-5}$	$6,17211\cdot10^{-3}$	$6,17211\cdot10^{-4}$	$6,18915\cdot10^{-3}$
14	16	$2,09933\cdot10^{-3}$	$5,09765\cdot10^{-4}$	$5,09765\cdot10^{-4}$	$2,09141\cdot10^{-5}$
15	15	$1,80894\cdot10^{-4}$	$1,67212\cdot10^{-4}$	$1,54749\cdot10^{-5}$	$1,43342\cdot10^{-5}$
16	14	$1,05021\cdot10^{-5}$	$9,06356\cdot10^{-6}$	$1,77972\cdot10^{-4}$	$1,04970\cdot10^{-4}$
17	12	$8,93787\cdot10^{-4}$	$9,93944\cdot10^{-4}$	$9,93924\cdot10^{-4}$	$5,93063\cdot10^{-4}$
18	14	$5,11719\cdot10^{-4}$	$5,10962\cdot10^{-4}$	$5,14299\cdot10^{-4}$	$2,91591\cdot10^{-5}$
19	15	$9,66191\cdot10^{-5}$	$1,86116\cdot10^{-4}$	$1,86116\cdot10^{-4}$	$7,97567\cdot10^{-5}$
20	16	$9,60305\cdot10^{-4}$	$9,60191\cdot10^{-4}$	$8,59775\cdot10^{-4}$	$5,59064\cdot10^{-4}$
21	8	$8,05739\cdot10^{-6}$	$1,01602\cdot10^{-5}$	$1,01602\cdot10^{-5}$	$1,86153\cdot10^{-4}$
22	21	$3,40722\cdot10^{-4}$	$3,39907\cdot10^{-5}$	$3,39907\cdot10^{-5}$	$4,32417\cdot10^{-4}$
23	30	$1,74781\cdot10^{-5}$	$6,66518\cdot10^{-5}$	$6,66518\cdot10^{-5}$	$6,59237\cdot10^{-4}$
24	22	$7,98480\cdot10^{-7}$	$9,92620\cdot10^{-7}$	$1,22470\cdot10^{-6}$	$1,50241\cdot10^{-6}$
25	21	$5,10565\cdot10^{-4}$	$4,43011\cdot10^{-5}$	$3,86905\cdot10^{-5}$	$3,39385\cdot10^{-5}$
26	17	$1,08504\cdot10^{-4}$	$9,89251\cdot10^{-5}$	$8,91392\cdot10^{-4}$	$7,96981\cdot10^{-6}$
27	12	$9,24066\cdot10^{-5}$	$1,94341\cdot10^{-4}$	$7,23944\cdot10^{-5}$	$1,26121\cdot10^{-4}$
28	19	$3,35164\cdot10^{-6}$	$1,38061\cdot10^{-5}$	$1,38061\cdot10^{-5}$	$3,32761\cdot10^{-6}$
29	8	$9,81191\cdot10^{-3}$	$9,79888\cdot10^{-4}$	$9,79888\cdot10^{-4}$	$9,80246\cdot10^{-3}$
30	12	$2,46107\cdot10^{-3}$	$2,41653\cdot10^{-3}$	$2,37526\cdot10^{-4}$	$2,33693\cdot10^{-4}$
31	18	$1,13674\cdot10^{-4}$	$1,00237\cdot10^{-3}$	$3,51560\cdot10^{-5}$	$7,66347\cdot10^{-4}$
32	10	$4,56938\cdot10^{-5}$	$6,63552\cdot10^{-5}$	$4,04652\cdot10^{-5}$	$7,04760\cdot10^{-5}$
33	16	$3,44557\cdot10^{-3}$	$9,24398\cdot10^{-4}$	$8,04983\cdot10^{-4}$	$2,86873\cdot10^{-4}$
34	13	$6,47357\cdot10^{-4}$	$3,19529\cdot10^{-4}$	$1,42323\cdot10^{-4}$	$5,13159\cdot10^{-5}$
35	8	$1,73327\cdot10^{-4}$	$4,10263\cdot10^{-5}$	$8,11545\cdot10^{-6}$	$3,89868\cdot10^{-5}$
36	13	$7,78118\cdot10^{-5}$	$9,93597\cdot10^{-5}$	$5,12933\cdot10^{-5}$	$9,37126\cdot10^{-5}$
37	12	$5,10936\cdot10^{-5}$	$2,10929\cdot10^{-4}$	$2,10929\cdot10^{-4}$	$9,11373\cdot10^{-4}$
38	15	$1,31349\cdot10^{-3}$	$5,31285\cdot10^{-4}$	$5,31285\cdot10^{-4}$	$1,31333\cdot10^{-3}$
39	13	$2,48453\cdot10^{-3}$	$6,48168\cdot10^{-4}$	$6,48168\cdot10^{-4}$	$1,48190\cdot10^{-3}$
40	8	$1,11201\cdot10^{-3}$	$8,12063\cdot10^{-4}$	$9,67464\cdot10^{-5}$	$5,55542\cdot10^{-5}$
41	15	$2,96792\cdot10^{-3}$	$1,85664\cdot10^{-3}$	$9,75482\cdot10^{-4}$	$2,66346\cdot10^{-4}$
42	9	$1,03998\cdot10^{-3}$	$8,59781\cdot10^{-4}$	$2,04756\cdot10^{-4}$	$1,36061\cdot10^{-3}$

Дискримінація моделей для даних умов буріння проводилась при обмеженні кількості точок спостережень і за результатами порівняння оцінок дисперсій між собою. Оскільки оцінки дисперсій є випадковими величинами, то виникає питання обґрунтованості такого порівняння. Щоб дати позитивну відповідь на поставлене запитання, перевіримо чи відрізняються дисперсії за ансамблем випадкової змінної і яка із них є більшою. Для кожної із чотирьох моделей будемо попарно порівнювати оцінки дисперсій. При цьому можливі такі випадки $\sigma_Z = \sigma_Y$, $\sigma_Z > \sigma_Y$ і $\sigma_Z < \sigma_Y$, де Z і Y - одна із пар моделей, які порівнюються між собою. Отже, висувається одна із наступних гіпотез: дисперсії ансамблю спостережень рівні між собою;

дисперсія за ансамблем *Z* відрізняється від дисперсії за ансамблем *Y*. Невиконання умов існування першої і другої гіпотез означає, що має місце третя гіпотеза $\sigma_Z < \sigma_Y$. Якщо виконується перша гіпотеза, то ні одній із двох моделей не надається перевага. Виконання другої гіпотези означає, що приймається модель *Y* і, на кінець, невиконання першої і другої гіпотез означає, що вибирається модель *Z*.

Для ілюстрації процедури дискримінації моделей порівняємо між собою дві перші моделі *Z* і *Y* (*Z* - модель, яка описується лінійною залежністю, *Y* - модель, яка описується експоненціальною залежністю). Висунемо гіпотезу $\sigma^2{}_Z = \sigma^2{}_Y$, тобто $\frac{\hat{\sigma}_Z^2}{\hat{\sigma}_Y^2} = 1$. Якщо гіпотеза справедлива, то область застосування гіпотези для симетричного випадку визначається імовірнісним співвідношенням [9]:

$$P\left\{\frac{1}{F_{1-\alpha/2}\left(\nu_Z, \nu_Y\right)} < \frac{\hat{\sigma}_Z^2}{\hat{\sigma}_Y^2} < F_{1-\alpha/2}\left(\nu_Z, \nu_Y\right)\right\} = 1 - \alpha .$$

Так, як $\frac{1}{F_{1-\alpha/2}\left(\nu_Z, \nu_Y\right)} < 1$, то ліва частина нерівності завжди задовольняється, і необхідно тільки перевірити виконання правої частини останнього співвідношення.

Допускаємо, що має місце гіпотеза H_0 $\left(\sigma_Z^2 = \sigma_Y^2\right)$. Для моделей *Z* і *Y* число степенів свободи $\nu_Z = \nu_Y = 15$. Щоб перевірити гіпотезу, обчислимо співвідношення $\frac{\hat{\sigma}_Z^2}{\hat{\sigma}_Y^2} = 4{,}12$.

Для випадку, що розглядається, $F_{0,975}\left(\nu_Z, \nu_Y\right) = 2{,}0435$. Порівнюючи значення $\frac{\hat{\sigma}_Z^2}{\hat{\sigma}_Y^2}$ і $F_{0,975}\left(\nu_Z, \nu_Y\right)$, приходимо до висновку, що $\frac{\hat{\sigma}_Z^2}{\hat{\sigma}_Y^2} > F_{0,975}\left(\nu_Z, \nu_Y\right)$, тобто гіпотеза H_0 є хибною. Аналогічно виконується перевірка гіпотези H_1 $\left(\sigma_Z^2 > \sigma_Y^2\right)$ за допомогою наступного імовірнісного співвідношення:

$$P\left\{\frac{\hat{\sigma}_Z^2}{\hat{\sigma}_Y^2} > F_{1-\alpha}\left(\nu_Z, \nu_Y\right)\right\} = 1 - \alpha .$$

Для даного випадку $F_{0,975}\left(\nu_Z, \nu_Y\right)$=1,8318, звідси знаходимо, що $\frac{\hat{\sigma}_Z^2}{\hat{\sigma}_Y^2} > F_{0,975}\left(\nu_Z, \nu_Y\right)$. Це означає, що гіпотеза H_1 теж є хибною. Отже, модель В точніше описує даний інтервал буріння, ніж модель А.

Таким чином, стратегія вибору найкращої моделі із чотирьох для кожного інтервалу буріння є такою. Вибирається модель, для якої оцінка дисперсії $\hat{\sigma}_i^2$, $i = \overline{1,4}$ має найменше значення. Потім проводиться попарна перевірка гіпотез H_0 і H_1. Якщо має місце гіпотеза, яка є альтернативною гіпотезі H_0 $\left(\sigma_Z^2 \neq \sigma_Y^2\right)$, то перевіряються гіпотези H_1 для кожної пар із чотирьох моделей. Якщо вони виконуються, то адекватною реальному процесу буріння буде модель з найменшою оцінкою дисперсії.

Аналіз результатів обчислень показав, що 30 % моделей апроксимують результати експерименту з оцінкою дисперсії $\sigma^2 \leq 10^{-5}$. В 26% моделей, виражених експоненціальною та гіперболічною залежностями, точність обчислень співпадає на певних діапазонах глибин буріння свердловини і є найвищою. В усіх інших випадках кожний інтервал буріння найкраще апроксимує одна із сукупності моделей.

Визначення точності математичних моделей. Оцінку точності розраховували за середньоквадратичним відхиленням (S_v).

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{N}\left(\Delta H_i^2 - \Delta h_i^2\right). \quad (4)$$

Аналізуючи результати обчислень, можна прийти до висновку, що в 50% від усіх обраних моделей наближено з однаковою точністю апроксимуються результати експерименту. В 26% точність обчислення в експоненціальної та гіперболічної моделях співпадає. Отже, не існує єдиної моделі, яка б найточніше описувала зміну механічної швидкості в часі на всьому діапазоні відбору експериментальних даних. Обчислимо, який процент найменших та найбільших відхилень приходиться на кожну з моделей. Результати обчислень занесемо в табл. 3.

Таблиця 3 – Значення середньоквадратичного відхилення експериментальних даних та значень за різними типами моделей

Значення S_v	Тип моделі			
	A	B	C	D
m	0	1	2	3
S_v min, %	23,8	19,05	23,8	47,6
S_v max, %	45,2	14,3	11,9	38,1

Аналізуючи дані табл. 3, бачимо, що найвищий процент мінімальних середньоквадратичних відхилень - 47,6%, приходиться на модель, яка описується кореневою залежністю, але на неї приходиться і досить високий процент максимальних S_v – 38,1%. Однаковий процент найменших відхилень приходиться на лінійну та гіперболічну моделі, проте лінійна модель має найвищий процент - 45,2% найбільших середньоквадратичних відхилень. Отже, кожен інтервал буріння найточніше описує якась одна з сукупності розглянутих моделей. Тому для визначення моделі, яка в цілому найкраще описувала б процес поглиблення свердловини на всіх інтервалах, знайдемо сумарне значення середньоквадратичного відхилення та найбільше і найменше відхилення від середнього значення S_v. Результати обчислень занесемо в таблицю 4.

Таблиця 4 – Оцінка точності моделей

Результати обчислень	Тип моделі			
	A, при *m=0*	B, при *m=1*	C, при *m=2*	D, при *m=3*
Сумарна оцінка точності	0.0086377	0.0080846	0.007575	0.0078818
max S_v	3.6178e-02	3.1336e-02	3.13032e-02	1.16645e-01
min S_v	8.9358e-04	9.6693e-04	8.1402e-04	6.7598e-04
Різниця між max i min	3.2109e-02	3.1321e-02	3.1292e-02	3.6881e-02
max відхилення від середнього	2.8727e-02	2.8097e-02	2.8276e-02	3.4249e-02
min відхилення вд середнього	2.0675e-03	1.8955e-03	2.2995e-03	4.6161e-03

З табл. 4 видно, що найменше сумарне середньоквадратичне відхилення та найменша різниця між максимальним і мінімальним значенням S_v досягається у моделі гіперболічного вигляду. Найбільше максимальне відхилення та найбільше мінімальне відхилення S_v від середнього значення спостерігається у моделі, яка має вигляд кореневої залежності. Незважаючи на високий процент мінімальних значень S_v, це дає змогу зробити висновок про те, що для опису процесу буріння в усьому діапазоні інтервалів дана модель не може вважатися найкращою.

ВИСНОВКИ

Аналізуючи отримані результати, можна зробити висновок про те, що не існує єдиної моделі, яка б найточніше описувала зміну механічної швидкості в часі на всьому інтервалі буріння свердловини.

Метою першого етапу ідентифікації є визначення виду залежності механічної швидкості проходки на основі порівняння дисперсій. На другому етапі ідентифікації визначаються параметри регресійного полінома. Критерієм точності визначення коефіцієнтів регресії служить величина

$$\widehat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{3}\sum_{j-1}^{N}\left(\tilde{x}_j^{(i)} - x_j^{(i)}\right)^2, \quad i = 1,2,$$

де $\tilde{x}_j^{(i)}$ – значення v_0 або K_ϕ, які знайдені на першому кроці ідентифікації; $x_j^{(i)}$ – обчислені значення v_0 або K_ϕ.

У результаті обчислень були отримані такі значення дисперсій:

$\sigma_{v_0}^2 = 2{,}361\cdot 10^{-6}$ (*м/год*^{2}), $\sigma_{K_v}^2 = 3{,}235\cdot 10^{-5}$ (*м/год*^{2}).

Отримані значення дисперсій дозволяють зробити висновок про те, що точніть, з якою математичні моделі, отримані методом ортогоналізації, описують процес буріння, є достатньою.

1. Булатов А.И. Справочник инженера по бурению: В 2-х томах [Текст]/ А. И. Булатов, А. Г. Аветисов .– М.: Недра, 1985. – Т.2. – 407 с. 2. Горбійчук М. І. Узагальнююча математична модель процесу поглиблення свердловин/ М. І. Горбійчук // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Серія: Технічна кібернетика та електрифікація об'єктів паливно-енергетичного комплексу. - 1999.- Вип. 36 (7).-

С. 12-27. 3. Горбійчук М. І. Моделювання та ідентифікація процесу заглиблення свердловин. /М. І. Горбійчук, В. Б. Кропивницька // Науковий вісник ІФНТУНГ. - 2004. - №1.-С.7-9. 4. Закиров Н. Н. Влияние технологических параметров бурения скважин на механическую скорость и проходку на долото / Н. Н. Закиров // Бурение & нефть. - 2003. - №3. - С. 35-38. 5. Семенцов Г. Н. Математическое описание процесса углубления скважин / Г. Н. Семенцов //Разведка и разработка нефтяных и газовых месторождений. Вып.18. Республиканский межведомственный научно-технический сборник. Львов. Высшая школа, 1981. - С.64-68. 6. Ситников Н. Б. Математическая модель процесса бурения глубоких геологоразведочных скважин. / Н. Б. Ситников // Горный журнал. – 1992. - №1. - С.41-46. 7. Горбійчук М. І. Оптимізація процесу буріння глибоких свердловин. Монографія / М. І. Горбійчук, Г. Н. Семенцов. – Івано-Франківськ: Факел, 2003. – 493 с. – Бібліогр.: С. 478-493. 8. Семенцов Г. Н., Идентификация параметров математической модели процесса углубления скважин/ Г. Н. Семенцов, М. И. Горбийчук., Т. А. Телышева // Известия вузов. Нефть и газ. – 1989. - № 9. –С. 79-83. 9. Химмельблау Д. Анализ процессов статическими методами [Текст]:пер. с анлг./ Д.Химмельблау – М.: Мир, 1973. – 957с.

Поступила в редакцію 21.12.2015 р.

Рекомендували до друку: докт. техн. наук, проф. Костишин В. С., докт. техн. наук, проф. Юрчишин В.М.