

## МЕТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ

УДК 519.684.4

### ПОБУДОВА ЕМПІРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСУ ПОГЛИБЛЕННЯ СВЕРДЛОВИН З ВРАХУВАННЯМ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

*М. І. Горбійчук, Т. В. Гуменюк\*, Я. І. Заячук, Н. Т. Лазарів*

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська,  
15, м.Івано-Франківськ, 76019, (0342) 72-71-68, ksm@nung.edu.ua*

*Розроблений метод синтезу емпіричних моделей оптимальної складності, для задачі ідентифікації залежностей швидкості механічного буріння і швидкості зміни умовної оцінки стану озброєння долота з врахуванням нечіткості режимних параметрів. В основі розробленого методу лежить теорія нечітких множин та ідеї генетичних алгоритмів. Ефективність розроблених алгоритмів, які побудовані на засадах генетичних алгоритмів, перевірена на промислових даних, що дало змогу синтезувати оптимальні за структурою відповідні емпіричні моделі для даних умов буріння.*

*Ключові слова: модель, нечіткі множини, генетичний алгоритм, емпіричні моделі, метод, параметри, механічне буріння.*

*Разработанный метод синтеза эмпирических моделей оптимальной сложности, для задачи идентификации зависимостей скорости механического бурения и скорости изменения условной оценки состояния вооружения долота с учетом нечеткости режимных параметров. В основе разработанного метода лежит теория нечетких множеств и идеи генетических алгоритмов. Эффективность разработанных алгоритмов, которые построены на основе генетических алгоритмов, проверена на промышленных данных, что позволило синтезировать оптимальные по структуре соответствующие эмпирические модели для данных условий бурения.*

*Ключевые слова: модель, нечеткие множества, генетический алгоритм, эмпирические модели, метод, параметры, механическое бурение.*

*The method of synthesis of empirical models of optimal complexity for problem identification dependencies mechanical drilling speed and rate of change of conventional arms bits assessment taking into account the fuzziness of operational parameters. In the developed method is based on fuzzy sets theory and ideas of genetic algorithms. The effectiveness of the developed algorithms that are built on the principles of genetic algorithms, proven in industrial data made it possible to synthesize the optimum structure corresponding empirical model for the drilling data.*

*Keywords: model, fuzzy sets, genetic algorithm, empirical models, methods, parameters, mechanical drilling.*

**Вступ.** Процес спорудження свердловин складається із послідовності технологічних операцій, які виконуються у строго визначеному порядку. Тривалість кожної із них визначається багатьма факторами таких як технічна оснащеність бурової установки, геолого-технологічними умовами буріння, рівнем оснащення бурової установки інформаційно-вимірвальними приладами та пристроями автоматики, кваліфікацією обслуговуючого персоналу та ін.

Все це вносить у процес буріння значну степінь невизначеності, що значно ускладнює задачу оптимального керування процесом

спорудження свердловин.

Основним процесом в усьому циклі спорудження свердловин є механічне буріння, завданням якого є руйнування гірської породи з наступним виносом її на денну поверхню буровим розчином.

При бурінні свердловини долотами різного типу руйнування породи може бути поверхневим або об'ємним. Перший тип руйнування породи малоефективний. Для того, щоб при бурінні свердловини мав місце об'ємний спосіб руйнування порід необхідно підібрати відповідне співвідношення між навантаженням на долото і частотою його

обертання. При цьому допускають, що промивка вибою свердловини є достатньою для його повного очищення.

Вибір оптимального поєднання осьового навантаження на долото і частоти його обертання здійснюється за певним критерієм [1, 2, 3]. Численні дослідження проведені багатьма авторами [1] дозволили встановити, що лише частина із відомих критеріїв може бути використана для створення ефективних методів оптимального керування процесом поглиблення свердловин. До таких критеріїв слід віднести – вартість метра проходки  $q$  і рейсову швидкість буріння  $v_p$ .

Найбільші відмінності між критеріями  $\min:q$  і  $\max:v_p$  проявляється на малих глибинах, коли тривалість спуско-піднімальних операцій невелика. Оптимальне керування за критерієм  $\max:v_p$  на малих глибинах проводить до значного збільшення метра проходки свердловини [1]. Із збільшенням глибини свердловини відмінність між критеріями  $\min:q$  і  $\max:v_p$  у значній мірі нівелюється.

**Огляд літературних джерел.** Успішне розв'язання задачі оптимального керування процесом поглиблення свердловин можливе лише утому випадку, коли створена адекватна процесу математична модель, яка описує зміни у часі проходки та стану озброєння долота, які характеризуються непрямими оцінками.

Процес взаємодії долота з вибоєм свердловини, який зумовлює інтенсивність руйнування гірської породи та інтенсивність зношування бурового інструмента і відповідну механічну швидкість буріння залежить як від компоновки бурильної колони, типу долота, режимних параметрів, так і від фізико-механічних властивостей гірських порід.

Автори робіт [1, 4] допускають, що у межах однієї пачки породи, де фізико-механічні властивості гірських порід можна вважати незмінними, параметри математичної моделі залишаються постійними. Момент переходу долотом межі між двома пластами фіксується за допомогою, так званого, GZ -алгоритму [5, 6].

У межах пласта здійснюється ідентифікація параметрів математичної моделі. При цьому допускають, що вхідні величини вимірюються з достатньою точністю і похибками вимірювань можна знехтувати.

Врахування похибок вимірювань вхідних величин значно ускладнює процес ідентифікації [7]. При цьому розв'язування такої задачі можливе лише у тому випадку, коли відомі закони розподілу похибок і вони статистично незалежні [7].

Визначення таких законів розподілу для

умов буріння є нереальною задачею через нелінійність і нестационарність об'єкта.

У більшості робіт як вітчизняних, так і зарубіжних авторів проблема ідентифікації зводиться до параметричної ідентифікації, коли параметри моделі визначаються на основі узагальнення великої кількості статистичних даних [8 - 11]. Такий підхід є задовільним, коли необхідно якісно оцінити вплив режимних параметрів на показники процесу буріння або розв'язати задачу ідентифікації на стадії проектування спорудження свердловини. Але такий підхід є незадовільним, коли результати ідентифікації використовують для оптимального керування процесом буріння у режимі реального часу. У такому випадку виникає необхідність у розробці методів і алгоритмів, які максимально наближені до реальних умов буріння і враховують особливості процесу буріння як об'єкта оптимального керування – його нелінійність і нестационарність.

**Виклад основного матеріалу.** Оцінка стану озброєння долота визначається як відношення початкової до поточної швидкості

буріння  $\varepsilon = \frac{v_0}{v_t}$ . Якщо увести нову величину

$\varepsilon_y = \frac{1}{v_t}$ , яка носить назву умовна оцінка стану

озброєння долота (умовний знос долота [14]), то

$$\varepsilon = v_0 \varepsilon_y. \quad (1)$$

Оскільки швидкість зміни оцінки стану озброєння долота визначається за формулою [1]

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = K_\varepsilon, \quad (2)$$

то, враховуючи (1), маємо

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = v_0 \frac{d\varepsilon_y}{dt} \quad (3)$$

Величину  $\frac{d\varepsilon_y}{dt}$  за аналогією з показником  $K_\varepsilon$  позначимо через  $K_y$ , тобто

$$\frac{d\varepsilon_y}{dt} = K_y \quad (4)$$

Із співвідношень (1) – (4) випливає, що  $\frac{d\varepsilon_y}{dt} = \frac{K_\varepsilon}{v_0}$ , або

$$K_y = \frac{K_\varepsilon}{v_0}. \quad (5)$$

Розглянемо математичну модель процесу поглиблення свердловин

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{v_0(\bar{x})}{\varepsilon(t)}, \quad (6)$$

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = K_\varepsilon(\bar{x}), \quad (7)$$

$\bar{x} = (F, N_o)^T$ ;  $F$  - осьове навантаження на долото;  $N_o$  - частота його обертання.

Враховуючи значення  $\varepsilon$  і  $K_\varepsilon$ , які визначаються формулами (1) і (5), отримаємо

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_y(t)}, \quad (8)$$

$$\frac{d\varepsilon_y(t)}{dt} = K_y(\bar{x}). \quad (9)$$

Початкові умови:  $h(0) = 0$ ,  $\varepsilon_y(0) = \frac{1}{v_0}$ .

Особливістю моделей (8) і (9) є те, що показники  $K_y$  і  $v_0$  є незалежні, що спрощує процес ідентифікації залежностей  $v_0(\bar{x})$  і  $K_y(\bar{x})$ .

Для ідентифікації параметрів моделі  $v_0(\bar{x})$  обчислимо наближене значення похідної

$$v_0(k) = \frac{h(k+1) - h(k)}{T}, \quad k = \overline{1, N-1}, \quad (10)$$

де  $T$  - крок дискретності;

$N$  - кількість точок дискретизації.

Дискретизація залежності (9) дає

$$K_y(k) = \frac{\varepsilon_y(k+1) - \varepsilon_y(k)}{T}, \quad (11)$$

де  $\varepsilon_y(k+1) = \frac{1}{v_t(k+1)}$ ,  $\varepsilon_y(k) = \frac{1}{v_t(k)}$ ;

$$v_t(k+1) = \frac{h(k+2) - h(k+1)}{T}, \quad k = \overline{1, N-2}.$$

Остання формула має перший порядок точності  $O(T)$  [15] відносно змінної  $\varepsilon_y(t)$ . Якщо врахувати той факт, що  $\varepsilon_y(t)$  є функцією механічної швидкості буріння  $v_t$ , то слід очікувати, що похибка диференціювання за змінною  $h(t)$  буде більшою ніж  $O(T)$ .

Оскільки  $K_y = \frac{d\varepsilon_y(t)}{dt}$  і  $\varepsilon_y(t) = \frac{1}{v_t}$ , то

$$K_y = -\frac{1}{v_t^2} \cdot \frac{dv_t}{dt}. \quad \text{Враховуючи те, що}$$

$$\frac{dv_t}{dt} = \frac{d^2h(t)}{dt^2}, \quad \text{маємо } K_y = -\frac{1}{v_t^2} \cdot \frac{d^2h(t)}{dt^2}.$$

Здійснюючи апроксимацію другої похідної, отримаємо

$$K_y = -\frac{1}{v_t^2(k)} \times \frac{h(k+1) - 2h(k) + h(k-1)}{T^2} \quad (12)$$

На відміну від формули (11), обчислення значень  $K_y$  за формулою (12) забезпечує другий порядок точності  $O(T^2)$  [15] відносно змінної  $h(t)$ .

Застосування формул (10) і (12) передбачає дискретизацію функції  $h(t)$  за змінною  $t$ .

Вибір кроку дискретизації залежить від вибраного критерію наближення [10]. Якщо вибраний критерій рівномірного наближення, то модуль різниці між величиною  $h(t)$  і її наближенням  $\tilde{h}(t)$  не повинен перевищувати деяке вибране число  $\delta$ .

Повна абсолютна похибка наближеної рівності (12) на інтервалі  $t \in [t_k; t_{k+1}]$  оцінюється

$$\text{величиною [15]} \quad \Delta(T) = \frac{2\delta}{T} + \frac{M_2}{2} T, \quad \text{де}$$

$$M_2 = \max_{t \in [t_k; t_{k+1}]} |h''(t)|.$$

Останній вираз дає змогу знайти оптимальний крок дискретності. Для цього необхідно знайти похідну  $\frac{d(\Delta(T))}{dT}$  і прирівняти її до нуля. У результаті отримаємо

$$T = 2\sqrt{\frac{\delta}{M_2}}.$$

Оскільки  $\frac{d^2h(t)}{dt^2} = \frac{dv_t}{dt}$ , то, знайшовши  $v_t$  із рівнянь (8) і (9) при  $\bar{x} = \text{const}$ , а саме

$$v_t = \frac{1}{K_y t + 1/v_0}, \quad \text{отримаємо}$$

$$\frac{d^2h(t)}{dt^2} = -\frac{K_y}{(K_y t + 1/v_0)^2} \quad \text{і} \quad \text{відповідно}$$

$$M_2 = \max_{t \in [t_k; t_{k+1}]} \frac{K_y}{(K_y t + 1/v_0)^2}. \quad \text{При} \quad \text{постійному}$$

значенні  $K_y$  функція  $\frac{K_y}{(K_y t + 1/v_0)^2}$  є монотонно падаючою функцією і її максимум досягається на правому кінці інтервалу  $[t_k; t_{k+1}]$ . Отже,

$$M_2 = \frac{K_y}{(K_y t_k + 1/v_0)^2}.$$

З врахуванням останнього результату будемо мати  $T = 2(K_y t_k + 1/v_0) \sqrt{\frac{\delta}{K_y}}$ ,  $k = 0, N - 1$ .

Знайдемо верхню межу кроку дискретності  $T$ . Очевидно, що  $\sup T \leq 2(K_y t_0 + 1/v_0) \sqrt{\frac{\delta}{K_y}}$ ,  $t_0$  - початок спостережень.

Якщо  $t_0 = 0$ , то

$$\sup T \leq \frac{2}{v_0} \cdot \sqrt{\frac{\delta}{K_y}}. \quad (13)$$

До теперішнього часу не існує задовільної теорії, на основі якої можна було б одержати аналітичним способом закономірності  $v_0(\bar{x})$  і  $K_y(\bar{x})$ . Тому пошук залежностей  $v_0(\bar{x})$  і  $K_y(\bar{x})$  ґрунтується на експериментальних даних. Оскільки експериментальні дослідження, що проводились багатьма вченими при різних умовах, які характеризуються неоднаковими способами буріння, типами доліт, компоновками колони бурильних труб, програмами промивки свердловин та різними глибинами, то не існує універсальних залежностей  $v_0(\bar{x})$  і  $K_y(\bar{x})$ .

Більшість авторів [1] залежності  $v_0(\bar{x})$  і  $K_y(\bar{x})$  описують степеневими рівняннями

$$\{v_0, K_\varepsilon\} = k_i F^{\alpha_i} N_\delta^{\beta_i}, \quad i = 1, 2, \quad (14)$$

де  $k_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  - коефіцієнти моделей, які визначають у результаті промислових досліджень.

Вибір степеневих залежностей (14) як моделей процесу буріння пояснюється їх простотою і малими обчислювальними затратами у процесі визначення їх коефіцієнтів. Оскільки моделі (14) можна привести до лінійного вигляду

$$Y_i = a_i + \alpha_i X + \beta_i Z, \quad (15)$$

де  $Y_i = \ln\{v_0, K_\varepsilon, K_g\}$ ,  $a_i = \ln k_i$ ,  $X = \ln F$ ,  $Z = \ln N_\delta$ ,

то параметри лінійної залежності (14) просто визначити за допомогою метода найменших квадратів.

Такий підхід визначення параметрів моделей  $v_0(\bar{x})$  і  $K_y(\bar{x})$  має суттєвий недолік. Тому, що величини  $h$ ,  $\varepsilon$ ,  $F$  і  $N_\delta$ , які входять до складу моделі (6), (7) у переважній більшості випадків визначаються за показами наземних приладів, а це призводить до того, що дійсні значення величин  $\hat{h}$ ,  $\hat{\varepsilon}$ ,  $\hat{F}$  і  $\hat{N}_\delta$  будуть відрізнятися від вимірених у силу пружних

властивостей колони бурильних труб, тертям колони об стінки свердловини, викривленням стовбура свердловини та ін. Іншими словами, на дійсні значення величин  $\hat{h}$ ,  $\hat{\varepsilon}$ ,  $\hat{F}$  і  $\hat{N}_\delta$  накладаються перешкоди, статистичні характеристики яких невідомі [1].

З точки зору повноти опису експериментальних даних найбільш прийнятною є модель у вигляді полінома степені  $m$  [12]

$$y = \sum_{j=0}^n c_j \prod_{i=1}^m x_i^{\varphi_{ji}}, \quad (16)$$

де  $c_j$  - коефіцієнти полінома;  $\varphi_{ji}$  - степені аргументів, які повинні задовольняти обмеженню:  $\sum_{i=1}^m \varphi_{ji} \leq r, \forall j$ .

Число членів  $n$  полінома (16) визначають за такою формулою [13]:

$$n = \frac{(m+r)!}{m!r!}. \quad (17)$$

З огляду на те, що в умовах буріння неможливо встановити закони розподілу перешкод  $e_F$ ,  $e_{N_\delta}$ ,  $e_h$ , і  $e_\varepsilon$  (рис. 1), які накладаються на дійсні значення технологічних параметрів, будемо уважати у формулі (16) змінні  $x_i$  є нечіткими величинами.

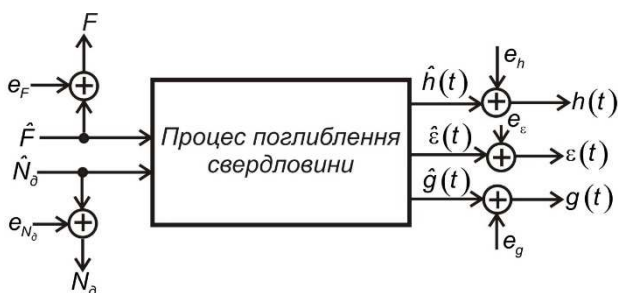
При розробці алгебр над множиною нечітких чисел використовують принцип узагальнення [16 - 18], що дає змогу перенести різні математичні операції з чітких множин на нечіткі.

У відповідності з концепцією Л. Заде [19] арифметичні операції над бінарними нечіткими числами зводяться до визначення функції належності результату від застосування даної арифметичної операції.

Для нечітких чисел з дискретним носієм чотири алгебраїчні операції (додавання, віднімання, множення і ділення) реалізуються шляхом застосування мінімаксних процедур до функцій належності відповідних нечітких чисел. У результаті отримують функцію належності результату відповідної алгебраїчної операції [17].

Для нечітких чисел з неперервною функцією належності широке застосування знайшла аналітична апроксимація функції належності нечітких чисел у вигляді, так званих,  $(L-R)$  - функцій [19].

Функції  $(L-R)$  типу це не зростаючі функції, значення яких визначено на множині невід'ємних чисел, що задовольняють таким умовам:  $L(-x) = L(x)$ ,  $R(-x) = R(x)$  і  $L(0) = R(0) = 1$ .



**Рисунок 1 – Процес поглиблення свердловини як об'єкт ідентифікації**

Нечіткі числа з  $(L-R)$  - функціями належності трактується як нечітка величина [17]  $B = \{x, \mu_B(x)\}$ , функція належності якої  $\mu_B(x)$  може бути подана як композиція  $L$  - і  $R$  - функцій

$$\mu_B(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right), & x \leq a, \\ R\left(\frac{x-a}{\beta}\right), & x > a, \end{cases}$$

де  $\alpha > 0$  і  $\beta > 0$  - лівий і правий коефіцієнти нечіткості;

$a$  - мода нечіткого числа.

Нечіткі числа  $(L-R)$  - типу при відомій функції належності  $\mu_B(x)$  однозначно визначаються трійкою своїх чисел  $\langle a, \alpha, \beta \rangle$  і позначаються таким чином:  $B_{LR} = \langle a, \alpha, \beta \rangle_{LR}$ .

Отже, вхідні величини  $x_i$ ,  $i = \overline{1, m}$  емпіричної моделі (16) будемо інтерпретувати як нечіткі величини з функціями належності

$$\mu(x_i) = \exp\left[-\frac{(x_i - x_i^{(0)})^2}{2\alpha_{xi}^2}\right]. \quad (18)$$

де  $x_i^{(0)}$ ,  $\alpha_i$ ,  $i = \overline{1, m}$  - відповідно модальне значення і параметр нечіткості функції належності.

Знайдемо функцію належності вихідної величини [21]

$$\begin{aligned} \mu(y) &= \mu\left(\sum_{j=1}^n c_j \prod_{i=1}^m x_i^{\varphi_{ji}}\right) = \\ &= \exp\left[-\frac{(y - a_y)^2}{2\alpha_y^2}\right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Параметри  $a_y$  і  $\alpha_y$  функції належності (18) знайдені, з використанням правил виконання арифметичних операцій над нечіткими числами

$(L-R)$  - типу у гаусовому базисі [17, 19]. Отже,

$$\begin{aligned} a_y &= \sum_{j=0}^n c_j \prod_{k=1}^m (x_i^{(0)})^{\varphi_{jk}}, \\ \alpha_y &= \sum_{j=0}^n c_j \left( \sum_{i=1}^m \varphi_{ji} (x_i^{(0)})^{\varphi_{ji-1}} \alpha_{xi} \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq i}}^m (x_i^{(0)})^{\varphi_{jk}} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Для функції належності (19) визначимо  $\gamma$ -

$$\text{зріз. Тоді } \exp\left[-\frac{(y - a_y)^2}{2\alpha_y^2}\right] = \gamma.$$

Із останнього рівняння визначимо

$$y = a_y + \alpha_y \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma^2}}. \quad (21)$$

Підставляючи значення  $a_y$  і  $\alpha_y$  із (20) у формулу (21), отримуємо

$$\begin{aligned} y &= \sum_{j=0}^n c_j \left( \prod_{i=1}^m (x_i^{(0)})^{\varphi_{jk}} + \right. \\ &\left. + A_\gamma \left( \sum_{i=1}^m \varphi_{ji} (x_i^{(0)})^{\varphi_{ji-1}} \alpha_{xi} \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq i}}^m (x_k^{(0)})^{\varphi_{jk}} \right) \right), \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{де } A_\gamma = \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma^2}}.$$

Отриманий результат свідчить про те, що врахування нечіткості вхідних даних приводить до появи певного «штрафу», величина якого визначається параметрами функцій належності (19).

Тепер можна сформулювати задачу нечіткої ідентифікації у такий спосіб: визначити параметри  $c_j$ ,  $j = \overline{0, n-1}$  моделі (22) таким чином, щоб мінімізувати суму квадратів відхилень розрахункових значень, які визначаються співвідношенням (22), від значень, що спостерігаються на виході об'єкта

$$J(\bar{c}) = \sum_{t=1}^N (Y_t - y_t)^2, \quad (23)$$

де  $y_t$  - обчислені значення вихідної величини для кожної точки спостережень.

Допускаємо, що спостереженню доступні вхідні величини  $x_i^{(0)}$ , які позначимо як  $x_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ .

Рівняння (30) запишемо у матрично-векторній формі  $\bar{y} = F_a \bar{c}$  де  $F_a$  - матриця, елементи якої функції при коефіцієнтах  $c_j$ ,

$j = \overline{1, m}$ . Тоді функціонал (23) набуде такого вигляду:

$$J(\bar{c}) = (\bar{Y} - \bar{y})^T (\bar{Y} - \bar{y}), \quad (24)$$

де  $\bar{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_N)^T$  - вектор значень вихідної величини у кожній точці спостережень  $t = \overline{1, N}$ ;

$\bar{y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T$  - вектор обчислених значень вихідної величини за формулою (22) у кожній точці спостережень.

Мінімізація функціоналу (24) за вектор-змінною  $\bar{c}$  приводить до такого результату [12]:

$\bar{c} = M^{-1} F_a^T \bar{Y}$ , де  $M = F_a^T F_a$  - матриця Фішера.

Нехай у формулі (22)  $r = 3$  і  $m = 2$ . Тоді згідно формули (17) кількість членів апроксимаційного полінома  $n = 10$ .

Можна показати, що у такому випадку модель (22) набуде наступного вигляду:

$$\begin{aligned} y = & c_0 + c_1(x_1 + A_\gamma \alpha_{x1}) + c_2(x_2 + A_\gamma \alpha_{x2}) + \\ & + c_3(x_1 x_2 + A_\gamma(x_1 \alpha_{x2} + x_2 \alpha_{x1})) + \\ & + c_4(x_1^2 + 2A_\gamma \alpha_{x1} x_1) + \\ & + c_5(x_2^2 + 2A_\gamma \alpha_{x2} x_2) + c_6(x_1^3 + 3A_\gamma \alpha_{x1} x_1^2) + \\ & + c_7(x_1^2 x_2 + A_\gamma(2\alpha_{x1} x_1 x_2 + \alpha_{x2} x_1^2)) + \\ & + c_8(x_1 x_2^2 + A_\gamma(\alpha_{x1} + 2\alpha_{x2} x_1 x_2)) + \\ & + c_9(x_2^3 + 3A_\gamma \alpha_{x2} x_2^2) \end{aligned} \quad (25)$$

Таким чином, отримали емпіричну модель, як враховує нечіткість вхідної інформації.

Модель (25) є лінійною по відношенню до своїх параметрів  $c_j$ ,  $j = \overline{1, n}$  і для її розв'язування можна застосувати один із підходів, які ґрунтуються на методі найменших квадратів.

Метод найменших квадратів допускає, що структура моделі відома і необхідно визначити тільки її параметри. На практиці така ситуація зустрічається рідко. Як правило, можна визначити лише клас моделей, до якого належатиме конкретна модель, яка описує функціональну залежність між факторами експерименту і виходом такої моделі.

Для синтезу адекватної моделі на базі отриманих емпіричних даних акад. О. Г. Іваненком був запропонований метод, який дістав назву індуктивний метод самоорганізації моделей, суть якого складають два підходи до побудови емпіричних моделей. Перший із них це метод групового урахування аргументів (МГУА), а другий - комбінаторний метод [20, 21].

Недоліком МГУА є поява проміжних змінних при переході від одного ряду селекції до іншого, які досить складно вилучити на

кінцевому етапі побудови емпіричної моделі [20].

Другий метод передбачає, що із початкового полінома (16) степені  $r$  утворюють множину всіх можливих поліномів степені яких не перевищують  $r$ . Серед них вибирають поліном, який у відповідності з вибраним критерієм, найкраще апроксимує експериментальні дані. Основою такого відбору служить принцип зовнішнього доповнення [21]. Його поява обумовлена відомою теоремою Геделя [22], яка стверджує, що ніяка система аксіом не є замкнутою: завжди знайдеться така теорема, для доведення якої необхідне зовнішнє доповнення - розширення початкової системи аксіом.

У відповідності з теоремою Геделя критерій відбору моделей слід розділити на внутрішні і зовнішні [23].

Критерій називають внутрішнім, якщо для обчислення його значення використовують ті самі дані, що і для побудови самої моделі. Характерною особливістю зовнішнього критерію є те, що для його обчислення використовується нова інформація, яка не використовувалась для синтезу моделей. Це означає, що експериментальні дані ділять на дві частини: навчальну і перевірку.

Нехай математична модель має вигляд полінома степені  $r$ . Експериментальні дані розбі'ємо на дві частини: одна з них - навчальна потужністю  $N_A$ ; друга - перевірна потужністю  $N_B = N - N_A$ . Для вибраної моделі обчислюють один із критеріїв відбору: регулярності [23]

$$\Delta^2(B) = \frac{\sum_{i=1}^{N_B} (Y_i(B) - y_i(B))}{\sum_{i=1}^{N_B} Y_i^2} \quad (26)$$

або мінімального зміщення [23]

$$\Delta^2(A, B) = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i(A) - y_i(B))^2}{\sum_{i=1}^N Y_i^2}, \quad (27)$$

де  $y_i(A)$ ,  $y_i(B)$  - рівняння регресії отримані відповідно на множинах  $A$  (на навчальній) і  $B$  (на перевірній);

$Y_i$  - експериментальні дані отриманий у результаті спостереження за виходом об'єкта.

Другий метод - комбінаторний для своєї реалізації вимагає значних обчислювальних ресурсів. Якщо початковою моделлю вибраний поліном степені  $r$ , то загальне число моделей-претендентів, які утворені із загального полінома, буде  $2^{n+1} - 1$ , де  $n+1$  - загальне

число членів початкового полінома.

Для зняття проблеми великої розмірності був запропонований генетичний підхід [24], суть якого у тому, що замість перебору великого числа часткових моделей, у регресійній моделі (16) вилучається частина коефіцієнтів шляхом приписування їм значення «нуль»; коефіцієнтам, що залишились ставлять у відповідність «одиницю». Тоді така зашифрована послідовність коефіцієнтів лінії регресії носить назву хромосоми. Тепер, якщо використати один із критеріїв відбору (селекції) (26) або (27), то можна відібрати ту хромосому, яка асоційована з емпіричною моделлю оптимальної складності.

Таким чином, алгоритм синтезу моделей оптимальної складності складається з наступних кроків [24].

K1. Формування початкової популяції, яка складається із  $I$  особин, кожна із яких є хромосомою довжиною  $n$ .

K2. Оцінка пристосованості хромосом у популяції. Емпіричну модель (25) подамо у такому вигляді:

$$y = \sum_{i=0}^n c_i f_i(\bar{x}), \quad (28)$$

де  $\bar{x} = (x_1, x_2)^T$ ;

$f_i(\bar{x})$  - функції при відповідних коефіцієнтах моделі.

Утворимо матрицю

$$F_a = \begin{bmatrix} f_0(\bar{x}^{(1)}) & f_1(\bar{x}^{(1)}) & \dots & f_n(\bar{x}^{(1)}) \\ f_0(\bar{x}^{(2)}) & f_1(\bar{x}^{(2)}) & \dots & f_n(\bar{x}^{(2)}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_0(\bar{x}^{(N_A)}) & f_1(\bar{x}^{(N_A)}) & \dots & f_n(\bar{x}^{(N_A)}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_0(\bar{x}^{(N_A+1)}) & f_1(\bar{x}^{(N_A+1)}) & \dots & f_n(\bar{x}^{(N_A+1)}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_0(\bar{x}^{(N)}) & f_1(\bar{x}^{(N)}) & \dots & f_n(\bar{x}^{(N)}) \end{bmatrix} \quad i$$

з якої вилучимо стовбці, які асоційовані із нулями  $i$ -тої хромосоми ( $i \in I$ ). Отриману матрицю  $F_a$  розіб'ємо на дві частини: першу частину матриці  $F_a$  позначимо як  $F_A$ , а другу частину – як  $F_B$ . У результаті отримаємо дві матриці: матрицю  $F_A$  розміром  $N_A \times (M_a - n_F)$ ; друга матриця  $F_B$  матиме розмір  $N_B \times (M_a - n_F)$ , де  $M_a = n + 1$ ;  $n_F$  - кількість вилучених стовбців із матриці  $F$ .

На множині точок  $A$  обчислимо ненульові коефіцієнти емпіричної моделі (25), методом найменших квадратів, розв'язавши нормальне

рівняння Гауса

$$M_A \bar{c}_A = F_A^T Y_A,$$

де  $M_A = F_A^T F_A$  - матриця Фішера;

$\bar{c}_A$  - вектор ненульових коефіцієнтів моделі;

$Y_A$  - вектор експериментальних значень виходу об'єкта, які утворюють множину точок  $A$ .

За знайденими коефіцієнтами моделі  $\bar{c}_A$  обчислюють  $\bar{y}(B) = F_B \bar{c}_A$  і критерій регулярності за формулою (26). У тому випадку, коли використовується критерій мінімального зміщення (27) необхідно додатково обчислити значення  $y_i(A)$  за формулою  $\bar{y}(A) = F_A \bar{c}_A$ .

K3. Перевірка умов зупинки алгоритму. Обчислення припиняють при виконанні однієї із умов:

- критерій селекції (26) або (27) досягнув свого мінімального значення;

- немає суттєвого зменшення критерію селекції;

- виконане задане число ітерацій.

K4. Селекція хромосом. Для кожної хромосоми із множини  $I$  розраховують значення критерію селекції (26) або (27). За його розрахованим значенням здійснюється відбір тих хромосом, які будуть брати участь у створенні нащадків для нової популяції. Такий відбір здійснюється за допомогою турнірного методу [25].

K5. Формування нової популяції нащадків. Відібрані особини на кроці K4 підлягають трансформації за допомогою двох основних операторів: схрещування і мутації. Ймовірність схрещування лежить у межах  $[0, 5; 1]$ , а мутації – в інтервалі  $[0; 0, 1]$ .

K6. Після виконання кроку K5 відбувається перехід ко K2.

У відповідності з наведеним алгоритмом синтезу моделі оптимальної складності розроблена комп'ютерна програма у середовищі системи MatLab.

Ефективність і працездатність розробленого програмного забезпечення задачі нечіткої ідентифікації процесу поглиблення свердловин перевірялось на промислових даних, які отримані при бурінні свердловини № 5 Васищівського газоконденсатного родовища.

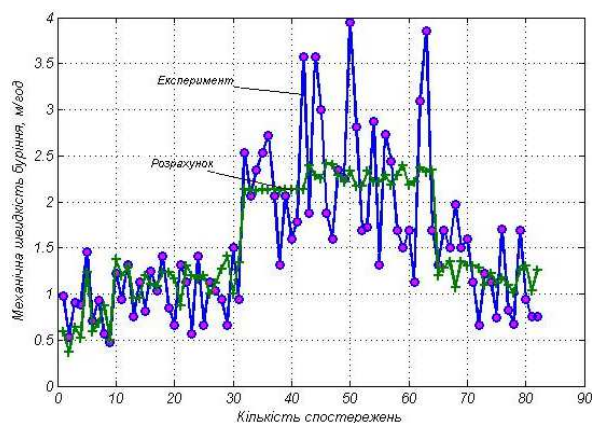
Для приведення змінних моделі до співрозмірних значень режимні параметри процесу буріння осьове навантаження на долото  $F$  і частота обертання ротора  $N_{\bar{a}}$  були приведені до безрозмірного виду

$$x_i = \frac{X_i}{X_{\max}}, \quad i = 1, N, \quad (29)$$

де  $x \in \{\tilde{F}, \tilde{N}_{\dot{a}}\}$ ,  $X \in \{F, N_{\dot{a}}\}$ ;  
 $N$  - кількість точок спостережень.  
 $\tilde{F}$ ,  $\tilde{N}_{\dot{a}}$  - значення  $F$ ,  $N_{\dot{a}}$  у безрозмірних одиницях.

У результаті роботи програми отримали такі значення параметрів емпіричної моделі (25):  $c_1 = 1,5478$ ;  $c_4 = 0,1793$ ;  $c_9 = 0,3498$ .

На рис. 2 показана залежність функції  $v_0(\bar{x})$  від режимних параметрів  $x_1 = \tilde{F}$  і  $x_2 = \tilde{N}_{\dot{a}}$ .



**Рисунок 2 – Залежність  $v_0(\bar{x})$  від режимних параметрів  $x_1$  і  $x_2$**

Емпіричну залежність  $\tilde{K}_y(\bar{x})$  синтезуємо для  $m = 3$ , у результаті отримуємо модель (25), де  $y = K_y(\bar{x})$ ,  $x_1 = \tilde{F}$ ;  $x_2 = \tilde{N}_{\dot{a}}$ .

Проходку на долото вимірюють за переміщенням верхнього кінця бурильної колони. Внаслідок дії зовнішніх факторів на переміщення колони бурильних труб таких як тертя колони об стінки свердловини, поздовжня її деформація, нерівномірна подача та ін. приводить до того, що на значення  $h(t)$  накладається перешкода. Оскільки при визначенні значення  $K_y(\bar{x})$  як функції режимних параметрів здійснюється подвійне диференціювання, то це приводить до появи нової адитивної складової перешкоди. Для зменшення впливу такої складової на результат ідентифікації залежності  $\tilde{K}_y(\bar{x})$  вихідні дані, які обчислені за формулою (11) згладжують за допомогою метода експоненціального згладжування [26].

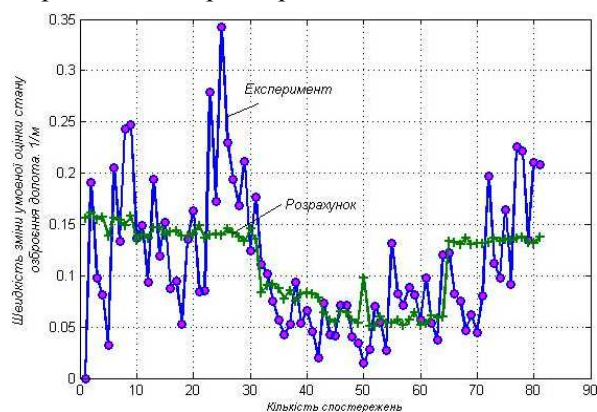
$$K_y^{(s)}(k) = \alpha_s K_y(k) + (1 - \alpha_s) K_y^{(s)}(k - 1), k = 1, 2, \dots,$$

де  $K_y^{(s)}(0) = K_y(0)$ .

Для значення  $\alpha_s = 0,2$  виконано згладжування початкових даних. Обчислення за

розробленою програмою дали такі результати:  
 $c_0 = 0,2034$ ;  $c_1 = -0,1292$ ;  $c_2 = -0,5615$ ;  
 $c_5 = 1,4577$ ;  $c_9 = -0,8907$ ;  
 $c_3 = c_4 = c_6 = c_7 = c_8 = 0$ .

Рисунок 3 дає наочне уявлення про залежність показника стану озброєння долота від режимних параметрів.



**Рисунок 3 – Залежність  $K_y^{(s)}(\bar{x})$  від режимних параметрів  $x_1$  і  $x_2$**

Таким чином, розроблений метод синтезу моделей оптимальної складності з врахуванням нечіткості режимних параметрів дає змогу розв'язати задачу оптимального керування процесом поглиблення свердловин в умовах невизначеності.

## ВИСНОВКИ

Для задачі ідентифікації залежностей швидкості механічного буріння і швидкості зміни умовної оцінки стану озброєння долота розроблений метод синтезу емпіричних моделей оптимальної складності з врахуванням нечіткості режимних параметрів. В основі розробленого методу лежить теорія нечітких множин та ідеї генетичних алгоритмів.

Розроблене відповідне алгоритмічне і програмне забезпечення методу. Ефективність розроблених алгоритмів, які побудовані на засадах генетичних алгоритмів, перевірена на промислових даних, що дало змогу синтезувати оптимальні за структурою відповідні емпіричні моделі для даних умов буріння.

## Література

1. Горбійчук М. І. Оптимізація процесу буріння глибоких свердловин: монографія / М. І. Горбійчук, Г. Н. Семенцов. – Івано-Франківськ: Факел, 2006. – 493 с.
2. Гутак О. В. Моделювання функції мети для системи адаптивного оптимального керування процесом буріння нафтових і газових



свердловин долотами нового покоління / О. В. Гутак // Вісник Хмельницького національного університету. – 2010. - № 1. – С. 133 – 140.

3. Кручинин А. Ю. Модель динамической оптимизации режимов мониторинга и диагностирования буровой скважины / А. Ю. Кручинин, Т. З. Аралбаев. – Электронный ресурс:

4. Чигур І. І. Методи визначення ефективних керувальних дій для автоматизації процесу керування відпрацюванням доліт / Чигур І. І. // Нафтогазова енергетика. – 2012. – № 1. – С. 50 – 59.

5. Семенцов Г. Н. Алгоритм обнаружения смены пласта разбуриваемой породы / Г. Н. Семенцов, М. И. Горбійчук, А. А. Шаповал. // Известия вузов: Горный журнал. - 1978.- № 9.- С. 29-34.

6. Горбійчук М. І. Методика і алгоритми визначення меж пластів гірських порід у процесі провідки глибоких свердловин. / М. І. Горбійчук // Методи та прилади контролю якості. - 1999. - № 3. - С.28-30.

7. Горбійчук М. І. Метод і алгоритми синтезу емпіричних моделей з урахуванням похибок вимірювань / М. І. Горбійчук, А. М. Лазорів // Методи та прилади контролю якості. – 2012. – № 1 (28). – С. 126 – 136.

8. Беликов В. Г. Рациональная отработка и износостойкость шарошечных долот / В. Г. Беликов, С. А. Посташ - М.: Недра, 1972.- 160 с.

9. Гельфгат Я. А. К вопросу установления некоторых эмпирических зависимостей показателей работы долот от параметров режима бурения в промысловых условиях / Я. А. Гельфгат // Труды ВНИИБТ, 1969.- Вып. 9.

10. Кирия Т. А. Совершенствование проходки глубоких скважин / Т. А. Кирия. - М.: Недра, 1971.- 168 с.

11. Шрейдер Л. А. Влияние числа оборотов на скорость бурения шарошечными долотами / Л. А. Шрейдер, Гань-Чжи-цзянь // Нефтяное хозяйство. - 1956.- № 12.- С. 13-17.

12. Ермаков С. М. Математическая теория оптимального эксперимента / С. М. Ермаков, А. А. Жигляевский. – М.: Наука, 1987. – 320 с.

13. Горбійчук М. І. Індуктивний метод побудови математичних моделей газоперекачувальних агрегатів природного газу / М. І. Горбійчук, М. І. Козуляк, Я. І. Заячук // Нафтова і газова промисловість. – 2008. – № 5. – С. 32 – 35.

14. Петров И. П. Оценка степени износа и

эффективности использования долот при вращательном бурении / И. П. Петров // Известия вузов. Горный журнал. - 1966.- № 11.- С. 81-87.

15. Вержбицкий В. М. Основы численных методов: учебник для вузов. – М.: Высш. шк., 2002. – 840 с.

16. Zadeh L. A. Decision-making in a fuzzy environment / L. A. Zadeh, R. E. Bellman // Managem. Sci. – 1970, 17. - P. 141 – 164.

17. Раскин Л. Г. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения / Л. Г. Раскин, О. В. Серая. – Харьков: Парус, 2008. – 352 с.

18. Батышнин И. З. Основные операции нечеткой логики и их обобщение / И. З. Батышнин. – Казань: Отечество, 2001. – 100 с.

19. Дюбуа Д. Теория возможностей. Приложение к представлению знаний в информатике / Д. Дюбуа, А. Прад; пер. с франц. – М.: Радио и связь, 1990. – 286 с.

20. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем / А. Г. Ивахненко. – К.: Наукова думка, 1982. – 296 с.

21. Ивахненко О. Г. Передбачення випадкових процесів / О. Г. Ивахненко, В. Г. Лапа. – К.: Наукова думка, 1969. – 420 с.

22. Нагель Э. Теорема Геделя / Э. Нагель, Д. Ньюмен; пер. с англ. – М.: Знание, 1970. – 62 с

23. Справочник по типовым программам моделирования / [А. Г. Ивахненко, Ю. В. Коппа, В. С. Степашко и др.]; под ред. А. Г. Ивахненко. – К.: Техника, 1980. – 184 с.

24. Горбійчук М. І. Метод синтезу емпіричних моделей на засадах генетичних алгоритмів / М. І. Горбійчук, М. І. Козуляк, О. Б. Василенко, І. В. Щупак // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2009. - № 4(33). – С. 72-79.

25. Горбійчук М. І. Алгоритми і методи обчислень: навчальний посібник / М. І. Горбійчук. – Івано-Франківськ: Факел, 2014. – 309 с.

26. Булашев С. В. Статистика для трейдеров / С. В. Булашев. - М.: Компания Спутник+, 2003. — 245 с.

Поступила в редакцію 18.06.2016 р.

Рекомендували до друку:  
докт. техн. наук, проф. Райтер П. М.,  
докт. техн. наук, проф. Олійник А. П.