

## ЦИФРОВИЙ СИНУСНО-КОСИНУСНИЙ ГЕНЕРАТОР

*М.Ю. Стахів, Л.В. Мороз, Н.С. Кожан*

*Національний університет „Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013,  
тел. (8-032) 258-23-94*

*Приведены результаты исследования погрешностей число-импульсных структур для воспроизведения функций  $\sin$  и  $\cos$  на основе умножителей на накапливающем сумматоре. Рассмотрены четыре варианта воспроизведения функций  $\sin$  и  $\cos$  с помощью соответствующего соединения элементов число-импульсного функционального преобразователя. Показано, что при поочередной обработке данных в число-импульсных преобразователях функционального преобразователя указанных функций имеется возможность получить абсолютную погрешность воспроизведения указанных функций до 0,5.*

Обчислення функцій синуса і косинуса, а також виконання кутових обертань – звичайні вимоги стосовно цифрової обробки сигналів у системах зв'язку. Структура на базі число-імпульсних помножувачів може використовуватись для генерування безперервної форми хвиль синуса і косинуса в чистій цифровій формі, оскільки усунені аналогові генератори сигналу і аналого-цифрові конвертери. Такі фундаментальні форми хвиль можуть використовуватися в масиві додатків від I-Q міксерів до вікон Блекмана [1].

Існують різні апаратні засоби ЕОМ, які відтворюють функції синуса і косинуса, особливо CORDIC-процесори [2], процесор кутового обертання [3]. Ці алгоритми виконують обертання через послідовність підобертань з входом в кожний етап підобертання, що є залежним від виходу попереднього етапу. У [4] функції синуса і косинуса розкладено в ряди Маклорена і підібрано коефіцієнти для поліномів за критерієм мінімальної похибки. Функції синуса і косинуса також використовуються у робототехніці [5] для здійснення необхідної траєкторії дій. Для того, щоб зробити автоматичні маніпулятори пристосованими до невідомого робочого навколишнього

*The results of research of errors of number-impulsing structures are resulted for reproducing of functions of  $\sin$  and  $\cos$  on the basis of multipliers on an adder accumulator. Four variants of reproducing of functions of  $\sin$  and  $\cos$  are considered by the proper connection of elements of number-impulsing of functional transformer. It is rotined that at the by turn processing of data in the number-impulsing transformers of functional transformer of the indicated functions is possibility to get the absolute error of reproducing to 0,5.*

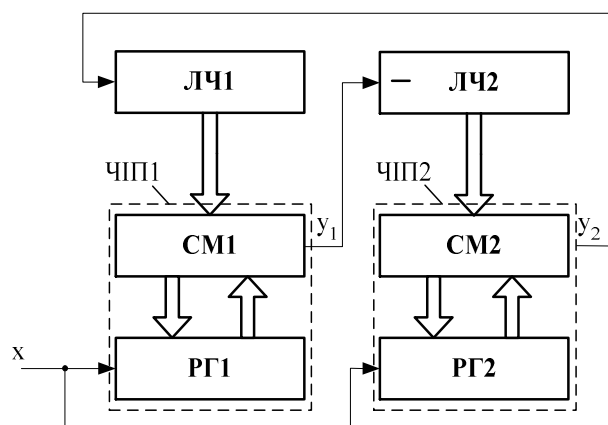
середовища, необхідно одержати сенсорну інформацію від останнього. Проте обробка даних в реальному часі потребує значних затрат обчислювальних ресурсів. Тому для майбутніх інтелектуальних автоматичних маніпуляторів потрібно розробляти процесор спеціального призначення, який би здійснював різні робототехнічні функції, наприклад, сенсорна обробка сигналу, траєкторне планування, інтерфейс користувача, координатне перетворення і динамічний контроль. У [6, 7] розглянуто варіанти схем для відтворення функцій  $\sin$  та  $\cos$  і їх роботу, використовуючи різні алгоритми інтерполяції.

Метою даної роботи є дослідження похибок число-імпульсних структур для відтворення функцій  $\sin$  та  $\cos$  на основі помножувачів на накопичуючому суматорі при різних алгоритмах їх роботи.

Відома схема число-імпульсного функціонального перетворювача (ЧІФП) для відтворення функцій  $\sin$  та  $\cos$  [6, 7], яка наведена на рис.1.

Дана схема побудована на основі двох число-імпульсних помножувачів (ЧІП) на накопичуючих суматорах і включає два регістри РГ1 та РГ2, два суматора СМ1 та СМ2 і два лічильники ЛЧ1 та ЛЧ2. Перед початком роботи

схеми лічильник ЛЧ1 встановлюється в "0"-ве положення ( $\sin 0 = 0$ ), а лічильник ЛЧ2 встановлюється в "1"-не положення ( $\cos 0 = 1$ ).



**Рисунок 1 – Структурна схема ЧПФ, що реалізує функції  $y_1 = \cos(x)$  та  $y_2 = \sin(x)$**

Підінтегральними функціями ЧП є безпосередньо величини  $y_1$  та  $y_2$ . Роботу число-імпульсних структур можна описати наступними виразами:

$$y_1 = (N_m - 1) \cos\left(\frac{x}{N_m}\right); \quad (1)$$

$$y_2 = (N_m - 1) \sin\left(\frac{x}{N_m}\right), \quad (2)$$

де  $y_1$  та  $y_2$  – число імпульсів на виході помножувачів;  $x$  – число імпульсів на вході помножувача;  $N_m = 2^n$ , де  $n$  – число двійкових розрядів помножувача.

Шляхом імітаційного моделювання отримано результати обчислення максимальних

абсолютних похибок для чотирьох варіантів відтворення функцій  $\sin$  та  $\cos$ .

1-ий варіант генерування функцій  $y_1 = \cos(x)$  та  $y_2 = \sin(x)$  передбачає одночасну обробку даних в обох ЧП (рис. 1) за таким алгоритмом:

$$y_{1_{i+1}} = y_{1_i} - \varepsilon \cdot y_{2_i}; \quad (3)$$

$$y_{2_{i+1}} = y_{2_i} + \varepsilon \cdot y_{1_i},$$

де  $\varepsilon = 1/N_m$ .

Оскільки схема на рис.1 побудована на основі ЧП на накопичуючих суматорах, то вираз (3) набуде вигляду:

$$y_{1_{i+1}} = y_{1_i} - \text{ent} \left[ \frac{y_{2_i} + R_{2_{i-1}}}{N_m} \right]; \quad (4)$$

$$y_{2_{i+1}} = y_{2_i} + \text{ent} \left[ \frac{y_{1_i} + R_{1_{i-1}}}{N_m} \right],$$

де  $R_{1(i-1)}$ ,  $R_{2(i-1)}$  – значення коду на  $(i-1)$ -му кроці в регістрах РГ1 та РГ2 відповідно.

У табл. 1 і табл. 2 наведені значення максимальної додатної похибки ( $\Delta_{max}^+$ ) та максимальної від'ємної похибки ( $\Delta_{max}^-$ ) для функцій  $y_1 = \cos(x)$  та  $y_2 = \sin(x)$  згідно 1-го варіанту їх відтворення відповідно при різних початкових значеннях занесених в регістри РГ1 та РГ2, а саме:

колонки 2 і 3 при РГ1(0) = РГ2(0) = 0;

колонки 4 і 5 при РГ1(0) = РГ2(0) =  $2^{n-1}$ ;

колонки 6, 7, 8 і 9 при початкових значеннях РГ1 та РГ2 підібраних за таким критерієм:

$$k1 = \Delta_{max}^+ + |\Delta_{max}^-| + |\Delta_{max}^+ - |\Delta_{max}^-||. \quad (5)$$

**Таблиця 1 – Значення максимальної додатної  $\Delta_{max}^+$  та максимальної від'ємної  $\Delta_{max}^-$  похибок для 1-го варіанту відтворення функції  $y = \cos(x)$**

| n | $y_1 = \cos(x)$     |                  |                             |                  |     |     |                  |                  |
|---|---------------------|------------------|-----------------------------|------------------|-----|-----|------------------|------------------|
|   | РГ1(0) = РГ2(0) = 0 |                  | РГ1(0) = РГ2(0) = $2^{n-1}$ |                  | РГ1 | РГ2 | $\Delta_{max}^+$ | $\Delta_{max}^-$ |
|   | $\Delta_{max}^+$    | $\Delta_{max}^-$ | $\Delta_{max}^+$            | $\Delta_{max}^-$ |     |     |                  |                  |
| 1 | 2                   | 3                | 4                           | 5                | 6   | 7   | 8                | 9                |
| 3 | 1.5130E+00          | 5.4616E-02       | 5.1302E-01                  | -4.9516E-01      | 6   | 4   | 4.8644E-01       | -4.8697E-01      |
| 4 | 1.4127E+00          | 2.9287E-02       | 6.9965E-01                  | -2.7351E-01      | 9   | 9   | 4.6631E-01       | -4.6764E-01      |
| 5 | 1.5139E+00          | 1.5135E-02       | 6.8174E-01                  | -2.6125E-01      | 21  | 21  | 4.4376E-01       | -4.9860E-01      |
| 6 | 1.5142E+00          | 7.6902E-03       | 7.2732E-01                  | -4.1776E-01      | 47  | 38  | 4.9149E-01       | -5.0845E-01      |

Продовження табл. 1

| 1  | 2          | 3          | 4          | 5           | 6     | 7     | 8          | 9           |
|----|------------|------------|------------|-------------|-------|-------|------------|-------------|
| 7  | 1.5271E+00 | 3.8757E-03 | 7.3428E-01 | -4.4230E-01 | 81    | 81    | 5.2710E-01 | -5.4593E-01 |
| 8  | 1.5102E+00 | 1.9454E-03 | 7.5449E-01 | -4.3795E-01 | 174   | 149   | 5.6079E-01 | -5.6225E-01 |
| 9  | 1.5262E+00 | 9.7465E-04 | 7.5434E-01 | -4.4134E-01 | 333   | 320   | 5.6043E-01 | -5.7023E-01 |
| 10 | 1.5164E+00 | 4.8780E-04 | 7.5721E-01 | -4.7405E-01 | 696   | 616   | 5.7100E-01 | -5.7231E-01 |
| 11 | 1.5169E+00 | 2.4402E-04 | 7.6946E-01 | -4.8367E-01 | 1331  | 1244  | 5.8799E-01 | -5.8981E-01 |
| 12 | 1.5088E+00 | 1.2204E-04 | 7.7018E-01 | -4.8438E-01 | 2629  | 2499  | 5.9665E-01 | -5.9457E-01 |
| 13 | 1.5009E+00 | 6.1027E-05 | 7.7624E-01 | -4.8523E-01 | 5208  | 5030  | 5.9972E-01 | -6.0007E-01 |
| 14 | 1.5014E+00 | 3.0517E-05 | 7.7624E-01 | -4.9219E-01 | 10371 | 10054 | 6.0268E-01 | -6.0341E-01 |
| 15 | 1.4974E+00 | 1.5258E-05 | 7.7646E-01 | -4.9458E-01 | 20616 | 20000 | 6.0887E-01 | -6.0798E-01 |
| 16 | 1.4951E+00 | 7.6293E-06 | 7.7897E-01 | -4.9609E-01 | 40883 | 40253 | 6.1103E-01 | -6.1108E-01 |
| 17 | 1.4932E+00 | 3.8146E-06 | 7.7889E-01 | -4.9734E-01 | 81622 | 80639 | 6.1263E-01 | -6.1181E-01 |

Таблиця 2 – Значення максимальної додатної  $\Delta_{max}^+$  та максимальної від’ємної  $\Delta_{max}^-$  похибок для 1-го варіанту відтворення функції  $y = \sin(x)$

| n  | $y_2 = \sin(x)$     |                  |                           |                  |       |        |                  |                  |
|----|---------------------|------------------|---------------------------|------------------|-------|--------|------------------|------------------|
|    | РГ1(0) = РГ2(0) = 0 |                  | РГ1(0) = РГ2(0) = 2^{n-1} |                  | РГ1   | РГ2    | $\Delta_{max}^+$ | $\Delta_{max}^-$ |
|    | $\Delta_{max}^+$    | $\Delta_{max}^-$ | $\Delta_{max}^+$          | $\Delta_{max}^-$ |       |        |                  |                  |
| 1  | 2                   | 3                | 4                         | 5                | 6     | 7      | 8                | 9                |
| 3  | 1.1337E+00          | -8.7272E-01      | 1.0175E+00                | -9.5680E-02      | 3     | 6      | 4.3609E-01       | -3.7280E-01      |
| 4  | 1.2866E+00          | -9.3688E-01      | 1.1330E+00                | -3.5514E-01      | 8     | 13     | 4.9760E-01       | -4.9408E-01      |
| 5  | 1.5923E+00          | -9.6859E-01      | 1.1612E+00                | -3.5444E-01      | 14    | 28     | 5.9231E-01       | -5.3238E-01      |
| 6  | 1.5588E+00          | -9.8433E-01      | 1.1578E+00                | -4.2960E-01      | 31    | 63     | 6.1686E-01       | -5.9806E-01      |
| 7  | 1.6606E+00          | -9.9217E-01      | 1.1932E+00                | -4.5801E-01      | 58    | 125    | 6.6068E-01       | -6.2243E-01      |
| 8  | 1.7111E+00          | -9.9609E-01      | 1.2406E+00                | -4.6541E-01      | 88    | 236    | 7.1117E-01       | -6.9756E-01      |
| 9  | 1.7775E+00          | -9.9804E-01      | 1.2265E+00                | -4.7554E-01      | 229   | 510    | 6.7133E-01       | -6.7746E-01      |
| 10 | 1.7608E+00          | -9.9902E-01      | 1.2049E+00                | -4.8740E-01      | 458   | 1023   | 7.0591E-01       | -6.7730E-01      |
| 11 | 1.7649E+00          | -9.9951E-01      | 1.2655E+00                | -4.8842E-01      | 754   | 2031   | 7.4074E-01       | -7.3926E-01      |
| 12 | 1.7612E+00          | -9.9975E-01      | 1.2693E+00                | -4.9276E-01      | 1510  | 4095   | 7.4493E-01       | -7.4355E-01      |
| 13 | 1.7676E+00          | -9.9987E-01      | 1.2736E+00                | -4.9564E-01      | 2794  | 8138   | 7.6502E-01       | -7.6467E-01      |
| 14 | 1.7804E+00          | -9.9993E-01      | 1.2814E+00                | -4.9723E-01      | 5495  | 16358  | 7.7075E-01       | -7.7058E-01      |
| 15 | 1.7852E+00          | -9.9996E-01      | 1.2816E+00                | -4.9857E-01      | 10942 | 32728  | 7.7271E-01       | -7.7183E-01      |
| 16 | 1.7895E+00          | -9.9998E-01      | 1.2833E+00                | -4.9908E-01      | 21254 | 65311  | 7.7981E-01       | -7.7934E-01      |
| 17 | 1.7921E+00          | -9.9999E-01      | 1.2748E+00                | -4.9924E-01      | 42329 | 130649 | 7.8078E-01       | -7.8077E-01      |

2-ий варіант відтворення функцій передбачає послідовну обробку даних в обох ЧП. Тобто спочатку відбувається обробка даних у ЧП1, а тоді отримане на його виході значення обробляється у ЧП2. Таким чином алгоритм для 2-го варіанту відтворення функцій  $\sin$  та  $\cos$  буде таким:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - \varepsilon \cdot y_{2_i}; \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + \varepsilon \cdot y_{1_{i+1}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для схеми на рис.1 вираз (6) набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - \text{ent} \left[ \frac{y_{2_i} + R_{2_{i-1}}}{N_m} \right]; \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + \text{ent} \left[ \frac{y_{1_{i+1}} + R_{1_i}}{N_m} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

У табл. 3 і табл. 4 наведені значення максимальної додатної похибки ( $\Delta_{max}^+$ ) та максимальної від’ємної похибки ( $\Delta_{max}^-$ ) для функції  $y_1 = \cos(x)$  та  $y_2 = \sin(x)$  відповідно при різних початкових значеннях занесених в регістри РГ1 та РГ2, в т. ч. і згідно (5).

**Таблиця 3 – Значення максимальної додатної  $\Delta_{max}^+$  та максимальної від'ємної  $\Delta_{max}^-$  похибок для 2-го варіанту відтворення функції  $y = \cos(x)$**

| n        | $y_1 = \cos(x)$     |                  |                                    |                  |          |          |                  |                  |
|----------|---------------------|------------------|------------------------------------|------------------|----------|----------|------------------|------------------|
|          | РГ1(0) = РГ2(0) = 0 |                  | РГ1(0) = РГ2(0) = 2 <sup>n-1</sup> |                  | РГ1      | РГ2      | $\Delta_{max}^+$ | $\Delta_{max}^-$ |
|          | $\Delta_{max}^+$    | $\Delta_{max}^-$ | $\Delta_{max}^+$                   | $\Delta_{max}^-$ |          |          |                  |                  |
| <b>1</b> | <b>2</b>            | <b>3</b>         | <b>4</b>                           | <b>5</b>         | <b>6</b> | <b>7</b> | <b>8</b>         | <b>9</b>         |
| 3        | 8.7817E-01          | -2.0725E-01      | 2.1761E-01                         | -7.8211E-01      | 0        | 4        | 4.8644E-01       | -4.9516E-01      |
| 4        | 1.0423E+00          | -1.2444E-01      | 2.6290E-01                         | -1.0610E+00      | 0        | 9        | 4.6631E-01       | -4.6764E-01      |
| 5        | 9.6371E-01          | -2.5718E-01      | 3.7764E-01                         | -1.0309E+00      | 0        | 19       | 4.4376E-01       | -4.9860E-01      |
| 6        | 1.0512E+00          | -3.7282E-01      | 3.7645E-01                         | -9.2876E-01      | 0        | 37       | 4.9310E-01       | -5.0845E-01      |
| 7        | 1.0447E+00          | -3.0873E-01      | 3.9657E-01                         | -1.0032E+00      | 0        | 72       | 4.8259E-01       | -4.9615E-01      |
| 8        | 1.0435E+00          | -3.3995E-01      | 4.3761E-01                         | -1.0174E+00      | 0        | 141      | 4.8846E-01       | 5.0211E-01       |
| 9        | 1.0498E+00          | -3.7106E-01      | 4.7166E-01                         | -9.9137E-01      | 0        | 278      | 5.0018E-01       | -4.9826E-01      |
| 10       | 1.0368E+00          | -4.5972E-01      | 4.6874E-01                         | -1.0062E+00      | 0        | 549      | 4.9964E-01       | -5.0052E-01      |
| 11       | 1.0271E+00          | -4.2894E-01      | 4.7240E-01                         | -9.9667E-01      | 0        | 1077     | 5.0546E-01       | -5.0587E-01      |
| 12       | 1.0268E+00          | -4.4698E-01      | 4.8436E-01                         | -9.9854E-01      | 0        | 2138     | 5.0454E-01       | -5.0464E-01      |
| 13       | 1.0225E+00          | -4.6170E-01      | 4.9431E-01                         | -1.0001E+00      | 0        | 4226     | 5.0481E-01       | -5.0568E-01      |
| 14       | 1.0177E+00          | -4.6672E-01      | 4.9218E-01                         | -9.9634E-01      | 0        | 8380     | 5.0624E-01       | -5.0003E-01      |
| 15       | 1.0150E+00          | -4.7757E-01      | 4.9483E-01                         | -9.9932E-01      | 0        | 16691    | 5.0523E-01       | -5.0563E-01      |
| 16       | 1.0116E+00          | -4.8556E-01      | 4.9609E-01                         | -9.9862E-01      | 0        | 33280    | 5.0383E-01       | -5.0390E-01      |
| 17       | 1.0097E-01          | -4.8137E-01      | 4.9713E-01                         | -9.9976E-01      | 0        | 66366    | 5.0334E-01       | -5.0286E-01      |

**Таблиця 4 – Значення максимальної додатної  $\Delta_{max}^+$  та максимальної від'ємної  $\Delta_{max}^-$  похибок для 2-го варіанту відтворення функції  $y = \sin(x)$**

| n        | $y_2 = \sin(x)$     |                  |                                    |                  |          |          |                  |                  |
|----------|---------------------|------------------|------------------------------------|------------------|----------|----------|------------------|------------------|
|          | РГ1(0) = РГ2(0) = 0 |                  | РГ1(0) = РГ2(0) = 2 <sup>n-1</sup> |                  | РГ1      | РГ2      | $\Delta_{max}^+$ | $\Delta_{max}^-$ |
|          | $\Delta_{max}^+$    | $\Delta_{max}^-$ | $\Delta_{max}^+$                   | $\Delta_{max}^-$ |          |          |                  |                  |
| <b>1</b> | <b>2</b>            | <b>3</b>         | <b>4</b>                           | <b>5</b>         | <b>6</b> | <b>7</b> | <b>8</b>         | <b>9</b>         |
| 3        | 1.0102E+00          | -8.7272E-01      | 4.3609E-01                         | -3.7280E-02      | 3        | 2        | 4.3609E-01       | -3.7280E-01      |
| 4        | 1.0005E+00          | -9.3688E-01      | 5.0591E-01                         | -5.0239E-01      | 5        | 1        | 4.9760E-01       | -4.9408E-01      |
| 5        | 1.0010E+00          | -9.6859E-01      | 4.9373E-01                         | -5.8127E-01      | 13       | 10       | 4.9373E-01       | -4.4762E-01      |
| 6        | 1.0180E+00          | -9.8433E-01      | 5.1392E-01                         | -5.0756E-01      | 31       | 29       | 4.9243E-01       | -4.8607E-01      |
| 7        | 1.0363E+00          | -9.9217E-01      | 5.0613E-01                         | -5.2603E-01      | 61       | 57       | 4.9953E-01       | -4.9386E-01      |
| 8        | 1.0330E+00          | -9.9609E-01      | 5.0125E-01                         | -5.1527E-01      | 128      | 123      | 5.0125E-01       | -4.9654E-01      |
| 9        | 1.0268E+00          | -9.9804E-01      | 4.9780E-01                         | -4.9939E-01      | 255      | 153      | 4.9780E-01       | -4.9939E-01      |
| 10       | 1.0205E+00          | -9.9902E-01      | 5.0013E-01                         | -5.0384E-01      | 502      | 503      | 5.0194E-01       | -5.0131E-01      |
| 11       | 1.0411E+00          | -9.9951E-01      | 4.9948E-01                         | -5.2778E-01      | 1005     | 985      | 5.0563E-01       | -5.0607E-01      |
| 12       | 1.0351E+00          | -9.9975E-01      | 4.9953E-01                         | -5.1591E-01      | 2004     | 1973     | 5.0446E-01       | -5.0428E-01      |
| 13       | 1.0294E+00          | -9.9987E-01      | 5.0103E-01                         | -5.1700E-01      | 4015     | 3971     | 5.0496E-01       | -5.0608E-01      |
| 14       | 1.0221E+00          | -9.9993E-01      | 5.0022E-01                         | -5.1058E-01      | 8038     | 7984     | 5.0798E-01       | -5.0732E-01      |
| 15       | 1.0218E+00          | -9.9996E-01      | 5.0043E-01                         | -5.0656E-01      | 16144    | 16016    | 5.0443E-01       | -5.0564E-01      |
| 16       | 1.0181E+00          | -9.9998E-01      | 4.9977E-01                         | -5.0206E-01      | 32090    | 32059    | 5.0905E-01       | -5.0902E-01      |
| 17       | 1.0024E+00          | -9.9999E-01      | 4.9996E-01                         | -5.0230E-01      | 64028    | 64117    | 5.1052E-01       | -5.1063E-01      |

3-й варіант генерування функцій  $y_1 = \cos(x)$  та  $y_2 = \sin(x)$  передбачає послідовну обробку даних в обох ЧП. Тобто спочатку відбувається обробка даних у ЧП2, а

тоді отримане на його виході значення обробляється у ЧП1. Алгоритм відтворення функцій  $\sin$  та  $\cos$  для 3-го варіанту є таким:

$$\begin{aligned} y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + \varepsilon \cdot y_{1_i}; \\ y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - \varepsilon \cdot y_{2_{i+1}}. \end{aligned} \quad (8)$$

У цьому випадку вираз (8) для схеми на рис.1 набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + ent \left[ \frac{y_{1_i} + R_{1_{i-1}}}{N_m} \right]; \\ y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - ent \left[ \frac{y_{2_{i+1}} + R_{2_i}}{N_m} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

У табл. 5 і табл. 6 наведені значення максимальної додатної похибки ( $\Delta_{max}^+$ ) та максимальної від'ємної похибки ( $\Delta_{max}^-$ ) для функції  $y_1 = \cos(x)$  та  $y_2 = \sin(x)$  відповідно при різних початкових значеннях занесених в реєстри РГ1 та РГ2, в т. ч. і згідно (5).

**Таблиця 5 – Значення максимальної додатної  $\Delta_{max}^+$  та максимальної від'ємної  $\Delta_{max}^-$  похибок для 3-го варіанту відтворення функції  $y = \cos(x)$**

| n  | $y_1 = \cos(x)$     |                  |                             |                  |        |       |                  |                  |
|----|---------------------|------------------|-----------------------------|------------------|--------|-------|------------------|------------------|
|    | РГ1(0) = РГ2(0) = 0 |                  | РГ1(0) = РГ2(0) = $2^{n-1}$ |                  | РГ1    | РГ2   | $\Delta_{max}^+$ | $\Delta_{max}^-$ |
|    | $\Delta_{max}^+$    | $\Delta_{max}^-$ | $\Delta_{max}^+$            | $\Delta_{max}^-$ |        |       |                  |                  |
| 1  | 2                   | 3                | 4                           | 5                | 6      | 7     | 8                | 9                |
| 3  | 1.5130E+00          | 5.4616E-02       | 7.9274E-01                  | -1.4307E-01      | 7      | 4     | 4.8644E-01       | -4.9516E-01      |
| 4  | 1.5323E+00          | 2.9287E-02       | 6.9965E-01                  | -2.7351E-01      | 13     | 9     | 4.6631E-01       | -4.6764E-01      |
| 5  | 1.6540E+00          | 1.5135E-02       | 8.8003E-01                  | -2.6125E-01      | 26     | 21    | 4.4376E-01       | -4.9860E-01      |
| 6  | 1.6339E+00          | 7.6902E-03       | 9.5795E-01                  | -3.7810E-01      | 62     | 35    | 5.0132E-01       | -5.0689E-01      |
| 7  | 1.6428E+00          | 3.8757E-03       | 9.7892E-01                  | -4.4230E-01      | 127    | 72    | 4.8259E-01       | -4.9615E-01      |
| 8  | 1.6582E+00          | 1.9454E-03       | 9.6855E-01                  | -4.3795E-01      | 247    | 148   | 4.8846E-01       | 5.0211E-01       |
| 9  | 1.6308E+00          | 9.7465E-04       | 9.9136E-01                  | -4.4134E-01      | 509    | 279   | 5.0018E-01       | -4.9826E-01      |
| 10 | 1.6443E+00          | 4.8780E-04       | 9.7556E-01                  | -4.7062E-01      | 1015   | 556   | 4.9964E-01       | -5.0052E-01      |
| 11 | 1.6400E+00          | 2.4402E-04       | 9.8766E-01                  | -4.8367E-01      | 2031   | 1085  | 5.0383E-01       | -5.0587E-01      |
| 12 | 1.6305E+00          | 1.2204E-04       | 9.8922E-01                  | -4.8438E-01      | 4074   | 2142  | 5.0631E-01       | -5.0464E-01      |
| 13 | 1.6309E+00          | 6.1027E-05       | 9.9244E-01                  | -4.8523E-01      | 8124   | 4272  | 5.0544E-01       | -5.0568E-01      |
| 14 | 1.6286E+00          | 3.0517E-05       | 9.9890E-01                  | -4.9219E-01      | 16235  | 8508  | 5.0931E-01       | -5.0960E-01      |
| 15 | 1.6269E+00          | 1.5258E-05       | 9.9783E-01                  | -4.9458E-01      | 32364  | 16949 | 5.1088E-01       | -5.111E-01       |
| 16 | 1.6241E+00          | 7.6293E-06       | 9.9979E-01                  | -4.9609E-01      | 64649  | 33801 | 5.1158E-01       | -5.1165E-01      |
| 17 | 1.6227E-01          | 3.8146E-06       | 9.9953E-01                  | -4.9734E-01      | 129315 | 67233 | 5.1278E-01       | -5.1109E-01      |

**Таблиця 6 – Значення максимальної додатної  $\Delta_{max}^+$  та максимальної від'ємної  $\Delta_{max}^-$  похибок для 3-го варіанту відтворення функції  $y = \sin(x)$**

| n  | $y_2 = \sin(x)$     |                  |                             |                  |      |     |                  |                  |
|----|---------------------|------------------|-----------------------------|------------------|------|-----|------------------|------------------|
|    | РГ1(0) = РГ2(0) = 0 |                  | РГ1(0) = РГ2(0) = $2^{n-1}$ |                  | РГ1  | РГ2 | $\Delta_{max}^+$ | $\Delta_{max}^-$ |
|    | $\Delta_{max}^+$    | $\Delta_{max}^-$ | $\Delta_{max}^+$            | $\Delta_{max}^-$ |      |     |                  |                  |
| 1  | 2                   | 3                | 4                           | 5                | 6    | 7   | 8                | 9                |
| 3  | 1.0102E+00          | -8.7272E-01      | 4.3609E-01                  | -3.7280E-02      | 3    | 2   | 4.3609E-01       | -3.7280E-01      |
| 4  | 1.0005E+00          | -9.3688E-01      | 5.0591E-01                  | -5.0239E-01      | 5    | 1   | 4.9760E-01       | -4.9408E-01      |
| 5  | 1.0010E+00          | -9.6859E-01      | 4.9373E-01                  | -5.8127E-01      | 13   | 10  | 4.9373E-01       | -4.4762E-01      |
| 6  | 1.0180E+00          | -9.8433E-01      | 5.1392E-01                  | -5.0756E-01      | 31   | 29  | 4.9243E-01       | -4.8607E-01      |
| 7  | 1.0363E+00          | -9.9217E-01      | 5.0613E-01                  | -5.2603E-01      | 61   | 57  | 4.9953E-01       | -4.9386E-01      |
| 8  | 1.0330E+00          | -9.9609E-01      | 5.0125E-01                  | -5.1527E-01      | 128  | 123 | 5.0125E-01       | -4.9654E-01      |
| 9  | 1.0268E+00          | -9.9804E-01      | 4.9780E-01                  | -4.9939E-01      | 255  | 153 | 4.9780E-01       | -4.9939E-01      |
| 10 | 1.0205E+00          | -9.9902E-01      | 5.0013E-01                  | -5.0384E-01      | 502  | 503 | 5.0194E-01       | -5.0131E-01      |
| 11 | 1.0411E+00          | -9.9951E-01      | 4.9948E-01                  | -5.2778E-01      | 1005 | 985 | 5.0563E-01       | -5.0607E-01      |

Продовження табл. 6

| 1  | 2          | 3           | 4          | 5           | 6     | 7     | 8          | 9           |
|----|------------|-------------|------------|-------------|-------|-------|------------|-------------|
| 12 | 1.0351E+00 | -9.9975E-01 | 4.9953E-01 | -5.1591E-01 | 2004  | 1973  | 5.0446E-01 | -5.0428E-01 |
| 13 | 1.0294E+00 | -9.9987E-01 | 5.0103E-01 | -5.1700E-01 | 4015  | 3971  | 5.0496E-01 | -5.0608E-01 |
| 14 | 1.0221E+00 | -9.9993E-01 | 5.0022E-01 | -5.1058E-01 | 8038  | 7984  | 5.0798E-01 | -5.0732E-01 |
| 15 | 1.0218E+00 | -9.9996E-01 | 5.0043E-01 | -5.0656E-01 | 16144 | 16016 | 5.0443E-01 | -5.0564E-01 |
| 16 | 1.0181E+00 | -9.9998E-01 | 4.9977E-01 | -5.0206E-01 | 32090 | 32059 | 5.0905E-01 | -5.0902E-01 |
| 17 | 1.0024E+00 | -9.9999E-01 | 4.9996E-01 | -5.0230E-01 | 64028 | 64117 | 5.1052E-01 | -5.1063E-01 |

4-ий варіант відтворення функцій передбачає почергову обробку даних в обох ЧПП. Тобто спочатку відбувається обробка даних у ЧПП1, а тоді отримане на його виході значення обробляється у ЧПП2. Наступний крок починається з того, що дані надходять на вхід ЧПП2, а потім відбувається обробка даних в ЧПП1.

Алгоритм 4-го варіанту відтворення функцій  $\sin$  та  $\cos$  є таким:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - \varepsilon \cdot y_{2_i}; \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + \varepsilon \cdot y_{1_{i+1}}; \\ y_{2_{i+2}} &= y_{2_{i+1}} + \varepsilon \cdot y_{1_{i+1}}; \\ y_{1_{i+2}} &= y_{1_{i+1}} - \varepsilon \cdot y_{2_{i+2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Для схеми, що зображена на рис.1, вираз (10) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} - \text{ent} \left[ \frac{y_{2_i} + R_{2_{i-1}}}{N_m} \right]; \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + \text{ent} \left[ \frac{y_{1_{i+1}} + R_{1_i}}{N_m} \right]; \\ y_{2_{i+2}} &= y_{2_{i+1}} + \text{ent} \left[ \frac{y_{1_{i+1}} + R_{1_i}}{N_m} \right]; \\ y_{1_{i+2}} &= y_{1_{i+1}} - \text{ent} \left[ \frac{y_{2_{i+2}} + R_{2_{i+1}}}{N_m} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

У табл. 7 і табл. 8 наведені значення максимальної додатної похибки ( $\Delta_{max}^+$ ) та максимальної від'ємної похибки ( $\Delta_{max}^-$ ) для функції  $y_1 = \cos(x)$  та  $y_2 = \sin(x)$  відповідно при різних початкових значеннях занесених в реєстри РГ1 та РГ2, в т. ч. згідно (5).

**Таблиця 7 – Значення максимальної додатної  $\Delta_{max}^+$  та максимальної від'ємної  $\Delta_{max}^-$  похибок для 4-го варіанту відтворення функції  $y = \cos(x)$**

| n  | $y_1 = \cos(x)$     |                  |                             |                  |       |       |                  |                  |
|----|---------------------|------------------|-----------------------------|------------------|-------|-------|------------------|------------------|
|    | РГ1(0) = РГ2(0) = 0 |                  | РГ1(0) = РГ2(0) = $2^{n-1}$ |                  | РГ1   | РГ2   | $\Delta_{max}^+$ | $\Delta_{max}^-$ |
|    | $\Delta_{max}^+$    | $\Delta_{max}^-$ | $\Delta_{max}^+$            | $\Delta_{max}^-$ |       |       |                  |                  |
| 1  | 2                   | 3                | 4                           | 5                | 6     | 7     | 8                | 9                |
| 3  | 1.2178E+00          | 5.4616E-02       | 2.1788E-01                  | -6.7674E-01      | 5     | 2     | 4.8644E-01       | -4.9516E-01      |
| 4  | 1.2701E+00          | 2.9287E-02       | 4.0747E-01                  | -5.8720E-01      | 7     | 6     | 4.6631E-01       | -4.6764E-01      |
| 5  | 1.1542E+00          | 1.5135E-02       | 5.1398E-01                  | -4.9860E-01      | 17    | 14    | 4.4376E-01       | -4.9860E-01      |
| 6  | 1.2471E+00          | 7.6902E-03       | 5.6223E-01                  | -5.2468E-01      | 31    | 29    | 5.0132E-01       | -5.0689E-01      |
| 7  | 1.2605E+00          | 3.8757E-03       | 5.5991E-01                  | -5.3426E-01      | 69    | 59    | 5.0458E-01       | -5.1740E-01      |
| 8  | 1.2413E+00          | 1.9454E-03       | 4.8578E-01                  | -5.3096E-01      | 119   | 126   | 4.9788E-01       | -4.9409E-01      |
| 9  | 1.2378E+00          | 9.7465E-04       | 4.8173E-01                  | -5.1983E-01      | 241   | 256   | 4.9869E-01       | -4.9981E-01      |
| 10 | 1.2327E+00          | 4.8780E-04       | 4.9425E-01                  | -5.1225E-01      | 499   | 502   | 5.0167E-01       | -5.0035E-01      |
| 11 | 1.2301E+00          | 2.4402E-04       | 4.9412E-01                  | -5.1682E-01      | 991   | 1016  | 4.9962E-01       | -5.0416E-01      |
| 12 | 1.2349E+00          | 1.2204E-04       | 4.9535E-01                  | -5.0940E-01      | 2023  | 2015  | 5.0368E-01       | -5.0299E-01      |
| 13 | 1.2250E+00          | 6.1027E-05       | 4.9555E-01                  | -5.0694E-01      | 4053  | 4059  | 5.0019E-01       | -5.0034E-01      |
| 14 | 1.2223E+00          | 3.0517E-05       | 5.0177E-01                  | -5.0760E-01      | 8211  | 8126  | 5.0061E-01       | -5.0065E-01      |
| 15 | 1.2186E+00          | 1.5258E-05       | 4.9987E-01                  | -5.0400E-01      | 16279 | 16303 | 5.0082E-01       | -5.0039E-01      |
| 16 | 1.2153E+00          | 7.6293E-06       | 4.9973E-01                  | -5.0295E-01      | 32657 | 32628 | 5.0170E-01       | -5.0122E-01      |
| 17 | 1.2145E-01          | 3.8146E-06       | 5.0001E-01                  | -5.0282E-01      | 65421 | 65247 | 5.0094E-01       | -5.0007E-01      |

**Таблиця 8 – Значення максимальної додатної  $\Delta_{max}^+$  та максимальної від'ємної  $\Delta_{max}^-$  похибок для 4-го варіанту відтворення функції  $y = \sin(x)$**

| n  | $y_2 = \sin(x)$     |                  |                             |                  |       |       |                  |                  |
|----|---------------------|------------------|-----------------------------|------------------|-------|-------|------------------|------------------|
|    | РГ1(0) = РГ2(0) = 0 |                  | РГ1(0) = РГ2(0) = $2^{n-1}$ |                  | РГ1   | РГ2   | $\Delta_{max}^+$ | $\Delta_{max}^-$ |
|    | $\Delta_{max}^+$    | $\Delta_{max}^-$ | $\Delta_{max}^+$            | $\Delta_{max}^-$ |       |       |                  |                  |
| 1  | 2                   | 3                | 4                           | 5                | 6     | 7     | 8                | 9                |
| 3  | 1.0175E+00          | -8.7272E-01      | 4.3609E-01                  | -3.7280E-02      | 3     | 0     | 4.3609E-01       | -3.7280E-01      |
| 4  | 1.0375E+00          | -9.3688E-01      | 3.8842E-01                  | -5.3401E-01      | 5     | 0     | 4.9760E-01       | -4.9408E-01      |
| 5  | 1.0242E+00          | -9.6859E-01      | 4.6940E-01                  | -5.4953E-01      | 14    | 10    | 4.9373E-01       | -4.4762E-01      |
| 6  | 1.0180E+00          | -9.8433E-01      | 4.6171E-01                  | -5.6433E-01      | 29    | 22    | 4.9243E-01       | -4.8607E-01      |
| 7  | 1.0363E+00          | -9.9217E-01      | 4.8338E-01                  | -5.5641E-01      | 57    | 54    | 4.8780E-01       | -5.0046E-01      |
| 8  | 1.0729E+00          | -9.9609E-01      | 4.9570E-01                  | -5.0766E-01      | 123   | 122   | 5.0562E-01       | -5.0574E-01      |
| 9  | 1.0380E+00          | -9.9804E-01      | 4.9500E-01                  | -5.1826E-01      | 249   | 240   | 5.0269E-01       | -4.9856E-01      |
| 10 | 1.0537E+00          | -9.9902E-01      | 4.9381E-01                  | -5.1615E-01      | 500   | 482   | 5.0616E-01       | -5.0131E-01      |
| 11 | 9.8733E-01          | -9.9951E-01      | 5.0484E-01                  | -5.0604E-01      | 1017  | 1012  | 5.0484E-01       | -5.0477E-01      |
| 12 | 1.0043E+00          | -9.9975E-01      | 4.9953E-01                  | -5.1083E-01      | 2004  | 1973  | 5.0307E-01       | -5.0242E-01      |
| 13 | 9.9844E-01          | -9.9987E-01      | 5.0073E-01                  | -5.0988E-01      | 4081  | 4014  | 5.0178E-01       | -5.0234E-01      |
| 14 | 1.0036E+00          | -9.9993E-01      | 4.9965E-01                  | -5.0747E-01      | 8146  | 8058  | 5.0292E-01       | -5.0220E-01      |
| 15 | 1.0066E+00          | -9.9996E-01      | 5.0299E-01                  | -5.0384E-01      | 16307 | 16348 | 5.0299E-01       | -5.0275E-01      |
| 16 | 1.0081E+00          | -9.9998E-01      | 5.0024E-01                  | -5.0396E-01      | 32554 | 32500 | 5.0276E-01       | -5.0258E-01      |
| 17 | 1.0125E+00          | -9.9999E-01      | 5.0018E-01                  | -5.0791E-01      | 65400 | 65220 | 4.9973E-01       | -5.0447E-01      |

Таким чином, аналізуючи результати, наведені в табл. 1 – табл. 8, які були отримані шляхом імітаційного моделювання, можна зробити висновок, що використання критерію (5) дає можливість зменшити максимальні додатні та від'ємні значення абсолютних похибок відтворення функцій  $\sin$  та  $\cos$ . Крім цього, при 1-му варіанті відтворення функцій  $\sin$  та  $\cos$  абсолютна похибка із збільшенням розрядності ЧПП1 та ЧПП2 зростає, а при 2-му, 3-му і 4-му варіантах відтворення функцій  $\sin$  та  $\cos$  абсолютна похибка  $\Delta_{max}^+ \rightarrow 0,5$  а абсолютна похибка  $\Delta_{max}^- \rightarrow -0,5$ .

#### Література

1. Ken Chapman "Performance and resolution of distributed arithmetic techniques unlock potential of digital integration," *Multimedia technology conference & exhibition conference proceedings*. – 1997. – P. 120-133.
2. Y. Ahn, S. Nahm, and W. Sung, "VLSI design of a CORDIC-based derotator," in *Proc. 1998 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.*, Vol. . – 1998. – P. 449-452.

3. S. Wang, V. Piuri, and E. Swartzlander, Jr., "Hybrid CORDIC algorithms," *IEEE Transactions on Computers*, Vol. 46. – 1997. – P.120-127.

4 С.В. Пантелеєв, С.Н. Данилин, А.В. Яковлев "Оптимизация алгоритмов обработки цифровой информации" // 3-я Международная конференция DSPA-2000.

5. S.-W. Park, J.-H. Oh Hardware realization of inverse kinematics for robot manipulators. *IEEE Transactions on industrial electronics*, Vol, № 1. – 1994. – P. 45-50.

6. И.З. Бреслав, И.И. Томашевская. Структура и точность кругового интерполятора с большим шагом интерполяции. Станки с ЧПУ, участки и автоматические линии на их основе: материалы семинара. – М.:МДНТП, 1974 г. – С. 96-102.

7. В.Д. Байков, С.Н. Вашкевич. Решение траекторных задач в микропроцессорных системах ЧПУ. – Л.: "Машиностроение", 1986. – 40 с.