

УДК 622.692.4:539.4

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ СИЛОВИХ ФАКТОРІВ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРУБОПРОВОДУ В ПРОЦЕСІ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

*Олійник А. П., Незамай Б. С., Рибіцький І. В.*

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, Івано-Франківськ, 76019, e-mail: andrioliiny@gmail.com*

*Проведено моделювання процесів кручення ділянки трубопроводу та деформації перерізів з метою виявлення їх впливу на напружений стан трубопроводів. Досліджено особливості впливу зміни форми перерізу на пропускну здатність трубопроводу та характеристики деформування. Ключові слова: напружений стан, кручення, течія Пуазейля, еліптичність перерізу.*

*Проведено моделирование процесса кручения участка трубопровода и деформации сечений с целью оценки их влияния на напряженное состояние трубопроводов. Изучены особенности влияния изменения формы сечения на производительность трубопровода и характер деформирования. Ключевые слова: напряженное состояние, кручение, течение Пуазейля, эллиптичность сечения.*

*The pipeline's section torsion and the section deformation processes mathematical simulation has been conducted to discover one's influence on the pipeline's stressed condition. The section form change influence features on the pipeline through put and deformation character has been investigated and studied.*

*Key words: stressed condition, torsion, Poiseil flow, section ellipticity.*

Проблеми забезпечення постачання нафти і газу споживачам є актуальною науково-технічною проблемою, причому вказана актуальність збільшується з ростом терміну експлуатації газотранспортної системи. При експлуатації трубопроводів 30-40 років вони зазнають дії багатьох силових факторів, які обумовлюють зміну просторової конфігурації об'єкта, його міцнісних характеристик. Вказаній

проблемі присвячено ряд робіт [1-3], в яких моделюється зміна напружено-деформованого стану за відомими переміщеннями певної множини точок поверхні. Основна ідея при цьому полягає в тому, що з використанням досить обмеженої інформації про переміщення точок поверхні вдається одержати параметричне подання ділянки трубопроводу шляхом задання його радіус-вектора [1]:

$$\vec{r}(s, \varphi, r, t) = \vec{r}_L(s, \varphi, r, t) - R \cdot \vec{n}_L + \rho(s, \varphi, r, t) \cdot \cos(\omega(s, \varphi, r, t)) \cdot \vec{b}_L + \rho(s, \varphi, r, t) \cdot \sin(\omega(s, \varphi, r, t)) \cdot \vec{n}_L + \psi(s, \varphi, r, t) \cdot \vec{\tau}_L \quad (1)$$

де  $s, \varphi, r$  – компоненти пов'язаної з тілом ортогональної лагранжевої системи координат;

$\rho(s, \varphi, r, t), \omega(s, \varphi, r, t), \psi(s, \varphi, r, t)$  – функції, що описують переміщення точок труби у радіальному, тангенціальному та повздовжньому напрямку відповідно;

$\vec{r}_L$  – радіус-вектор точки верхньої твірної трубопроводу;

$\vec{n}_L, \vec{b}_L, \vec{\tau}_L$  – нормаль, бінормаль та дотична до осі труби, відповідно.

Проведені дослідження та обґрунтування вказаного підходу дозволяють зробити висновок про те, що найбільш ефективною методика оцінки зміни напружено-деформованого стану

(НДС) трубопровідної системи на основі (1) є при довжинах відкритих та підземних ділянок трубопроводів  $L = 300 \div 800$  м [4]. В пропонованій роботі вивчається залежність між деформацією перерізу трубопроводу та його продуктивністю стословно об'ємного пропускання нафти або газу. В такому разі зміна конфігурації перерізу характеризується функціями  $\rho(s, \varphi, r, t)$  та  $\omega(s, \varphi, r, t)$ . В найпростішому випадку можна вважати, що  $\omega(s, \varphi, r, t)$  характеризує кручення ділянки трубопроводу під дією де-якого обертового моменту.

Під дією крутного моменту для порожнинної тонкостінної труби максимальні дотичні напруження дорівнюють[5]:

$$\tau_{\max} = \frac{2MR}{R^4 - R_1^4}, \quad (2)$$

де  $R$  та  $R_1$  – відповідно зовнішній та внутрішній радіуси труби;  $M$  – прикладений момент. Традиційно на основі (2) робиться висновок про те, що в порівнянні з суцільною трубкою при умові  $R_1 = R/2$  втрата міцності складає приблизно 16% для суцільної труби:

$$\tau_{\max} = \frac{2MR}{\pi R^4} = \frac{2M}{\pi R^3}, \quad (3)$$

а для порожнинної труби

$$\tau_{\max} = \frac{2MR}{\pi(R^4 - 0.997^4 R^4)} = \frac{2M}{\pi R^3 \cdot 0.016} = \frac{2M}{\pi R^3} \cdot 62, \quad (6)$$

тобто, максимальні напруження для порожнинної труби у 62 рази більші, ніж для суцільної. Це дозволяє зробити висновок про те, що для магістрального тонкостінного трубопроводу під дією крутного моменту величина максимальних дотичних напружень у 62 рази більша, ніж для суцільного металічного стержня такого ж діаметру. Отже, при експлуатації магістральних трубопроводів необхідно уникати дії крутних моментів.

Якщо труба має круглий поперечний переріз, то

$$\rho(s, \varphi, r, t) = r, \quad (7)$$

і профіль швидкості течії в прямолинійній трубі радіуса  $a$  описується за формулою Пуазейля[6]:

$$\omega = \frac{i}{4\mu} (a^2 - r^2) \quad (8)$$

де  $i$  – перепад тиску по довжині труби;  $\mu$  – динамічна в'язкість рідини, що тече по трубі;  $r$  – радіальна координата. При цьому об'ємна витрата (пропускна здатність труби) через поточний переріз складає:

$$Q = \int_0^a 2\pi r \omega dr = \int_0^a \frac{i}{4\mu} (a^2 - r^2) dr = \frac{i\pi a^4}{8\mu}. \quad (9)$$

У випадку, коли при згині труби її поперечний переріз набуває еліптичної конфігурації, формули (8) та (9) набувають вигляду [6]:

$$\omega = \frac{i}{2\mu} \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \left( 1 - \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} \right), \quad (10)$$

$$Q = \iint_G \omega dy dz = \frac{\pi}{4\mu} \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2} i, \quad (11)$$

$$\tau_{\max} = \frac{2MR}{\pi(R^4 - R_1^4)}. \quad (4)$$

Очевидно, що при  $R_1 = \frac{R}{2}$ :

$$\tau_{\max} = \frac{2M}{\pi R^3 \left( 1 - \frac{1}{16} \right)}, \quad (5)$$

Звідки і можна зробити висновок про вказаний дефект міцності. Це, зокрема, дозволяє без значної втрати міцності суттєво зменшувати вагу валів обертання. Проте для порожнинних магістральних трубопроводів  $R_1 = 0.997R$ , тобто

при умові, що конфігурація перерізу задається еліпсом:

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1. \quad (12)$$

Очевидно, що при  $a = b$  формою перерізу є коло, а залежності (10) та (11) співпадають з (8) та (9). Виникає питання – коли буде максимальна пропускна здатність трубопроводу при сталому перепаді тиску та фіксованій площі еліптичного поперечного перерізу? Для вирішення цієї задачі необхідно розв'язати наступну задачу: знайти екстремум функції

$$\theta(a, b) = \frac{i\pi}{4\mu} \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2} \quad (13)$$

при умові

$$ab = c. \quad (14)$$

З використанням методу заміни змінних задача (13), (14) зводиться до задачі знаходження екстремуму функції однієї змінної:

$$f(a) = \frac{a^3 \cdot \frac{c^3}{a^3}}{a^2 + \frac{c^2}{a^2}} = \frac{c^3 a^2}{a^4 + c^2}. \quad (15)$$

Знайдемо похідну:

$$f'(a) = \frac{2ac^3(a^4 + c^2) - c^3 a^2 4a^3}{(a^4 + c^2)^2} = \frac{2ac^5 - 2ac^3}{(a^4 + c^2)^2}. \quad (16)$$

Прирівнюючи (16) до нуля, одержуємо:

$$2ac^5 - 2a^5 c^3 = 0. \quad (17)$$

З рівняння (17) одержуємо  $a = 0$ ,  $c^2 - a^4 = 0$ , звідки  $a = 0$ ,  $a = \sqrt{c}$ ,  $a = -\sqrt{c}$ .

Очевидно, що значення  $a = 0$  та  $a = -\sqrt{c}$  не цікавлять дослідника з практичної точки зору, тому аналізується лише випадок  $a = \sqrt{c}$ . Очевидно, що на проміжку  $(0; \sqrt{c})$  величина (16) додатна, а, отже,  $f'(a) > 0$  на цьому проміжку, тому  $f(a)$  зростає. На проміжку  $(\sqrt{c}; +\infty)$  величина  $f'(a) < 0$ , функція спадає. Таким чином, точка  $a = \sqrt{c}$  є точкою максимуму функції (15). Це означає, що функція (13) при умові (14) має максимум при  $a = b = \sqrt{c}$ , тобто, при всіх еліптичних перерізах зі сталою площею, що цілком узгоджується з допущенням про незмінність об'єму при деформації та сталості площі поперечного перерізу (за умови сталої довжини осі ділянки) максимальна пропускна здатність буде мати місце при умові що вказаний переріз є круглим.

Наведений результат узгоджується з даними роботи [6], проте в пропонованій роботі ми привели строге математичне доведення вказаного факту. Таким чином, встановлено, що на практиці слід уникати проявлення еліптичності у перерізах трубопроводів, оскільки це призводить не стільки до погіршення міцнісних характеристик трубопроводу [1], але і до втрати його пропускної здатності, яка може бути оцінена за формулою:

$$\Delta Q = \frac{i\pi a^4}{8\mu} - \frac{i\pi}{4\mu} \frac{\tilde{a}^3 \tilde{b}^3}{\tilde{a}^2 + \tilde{b}^2}. \quad (18)$$

Очевидно, що  $\Delta\theta = 0$  при  $\tilde{a} = \tilde{b} = a$ .

Умова (14) при цьому може бути записана у вигляді: якщо недеформований переріз – коло радіуса  $R$ , а деформований переріз-еліпс з півосьми

$$\begin{cases} a = R(1 - \varepsilon_2) \\ b = R(1 + \varepsilon_1) \end{cases}, \quad (19)$$

то умова сталості площі поперечного перерізу може бути записана у вигляді:

$$\pi R^2 = \pi(1 - \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_1)R^2, \quad (20)$$

звідки  $1 = (1 - \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_1)$ ,  $1 + \varepsilon_1 = \frac{1}{1 - \varepsilon_2}$ ,

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2}. \quad (21)$$

Залежність (21) характеризує рівень еліптичності перерізу, при якому він дорівнює площі недеформованого перерізу.

#### Висновки.

1 При дослідженні технічного стану магістральних трубопроводів слід визначати, чи зазнає ділянка дії обертових моментів, оскільки вони є найбільш небезпечними з точки зору зміни напружено-деформованого стану.

2 Оцінено величину зміни пропускної здатності трубопроводів при зміні конфігурації перерізу (поява еліптичності).

1 Олійник А. П. *Математичні моделі процесу квазістаціонарного деформування трубопроводних та промислових систем при зміні їх просторової конфігурації: наукове видання.*//А. П. Олійник – Івано-Франківськ, 2010 – 320с.

2 Перун И. В. *Магістральні трубопроводи в горних умовах* //И В Перун – М.: Недра, 1987– 175с.

3 Харионовский В. В. *Повышение прочности газопроводов в сложных условиях* – //В. В. Харионовский – М. Недра, 1990 – 180с.

4 Визначення зміни напружено-деформованого стану ділянки наземного трубопроводу за даними безконтактного позиціонування з поверхні землі //Л. Я. Жовтуля, А.П.Олійник, А.В. Яворський та ін. / *Методи та засоби контролю якості*, № 2 (39) 2017 ст 14-22

5 Седов Л. И. *Механика сплошных сред т.2* / Л. И. Седов . – М.: Наука, 1984 – 572с 6 Шкадов В. Я. *Течение вязкой жидкости* –//В. Я. Шкадов, З. Д. Запьялов– М.: Изд-во МГУ, 1984– 200с.

Поступила в редакцію 3.05.2018 р.  
 Рекомендували до друку: докт.техн.наук,  
 проф. Райтер П. М., докт. техн. наук, проф.  
 Горбійчук М. І.