

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ

УДК 004.7:004.942

DOI: 10.31471/1993-9981-2019-2(43)-120-127

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАЛЕЖНОСТІ ШВИДКОСТІ ПЕРЕДАВАННЯ ДАНИХ ВІД ДОВЖИНИ СЕГМЕНТУ СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ ЦИФРОВОЇ МЕРЕЖІ G3-PLC

*С. М. Бабчук, Б. С. Незамай**Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу  
Івано-Франківськ, Карпатська 15, 76019, e-mail: plumbum@meta.ua*

Системи передавання даних через електромережі (Power Line Communication, PLC) активно розвиваються і стають все більш розповсюдженими в усьому світі. Їх використовують при автоматизації технологічних процесів, організації систем відеоспостереження та для управління “розумним” будинком. G3-PLC забезпечує високошвидкісний і високонадійний зв'язок на великих відстанях по існуючій електромережі. Завдяки тому, що G3-PLC забезпечує можливість передавати дані в тому числі через трансформатори, інфраструктурні витрати знижуються. Крім того, мережа G3-PLC може підтримувати протокол IPv6, що дозволить G3-PLC в майбутньому легко інтегрувати в загальні комунікаційні лінії зв'язку на базі протоколу IPv6. Двосторонні комунікаційні мережі на базі G3-PLC можуть забезпечити операторів електричної мережі інтелектуальними можливостями моніторингу та управління. Оператори отримують можливість контролювати споживання електроенергії по всій мережі в режимі реального часу, застосовувати змінні тарифні графіки та встановлювати обмеження на споживання електроенергії. У свою чергу, споживачі зможуть в режимі реального часу контролювати споживання електроенергії. За допомогою використання змінних тарифів користувачі можуть зменшити споживання електроенергії під час пікового його використання. Спеціалізовану цифрову мережу G3-PLC можна використати в системах автоматизації технологічних процесів, де проведення традиційних каналів передавання даних ускладнене або неможливе. В результаті проведених досліджень знайдено поліноміальну математичну модель, яка найкраще відображає зміну швидкості передавання даних в залежності від довжини сегменту мережі G3-PLC. Також встановлено, що для спрощеного розрахунку можна використовувати лінійну модель визначену під час досліджень. Встановлені математичні моделі залежності швидкості передавання даних від довжини сегменту спеціалізованої цифрової мережі G3-PLC сприятимуть кращому проектуванню мереж на базі G3-PLC.

**Ключові слова:** математична модель, спеціалізована цифрова мережа, залежність швидкості передавання даних від довжини сегменту, fieldbus, G3-PLC, Power Line Communication.

Системы передачи данных через электросети (Power Line Communication, PLC) активно развиваются и становятся все более распространенными во всем мире. Их используют при автоматизации технологических процессов, организации систем видеонаблюдения и для управления «умным» домом. G3-PLC обеспечивает высокоскоростную и высоконадёжную связь на больших расстояниях по существующей электросети. Благодаря тому, что G3-PLC обеспечивает возможность передавать данные в том числе через трансформаторы, инфраструктурные расходы снижаются. Кроме того, сеть G3-PLC может поддерживать протокол IPv6, что позволит G3-PLC в будущем легко интегрировать в общие коммуникационные линии связи на базе протокола IPv6. Двусторонние коммуникационные сети на базе G3-PLC могут обеспечить операторов электрической сети интеллектуальными возможностями мониторинга и управления. Операторы получают возможность контролировать потребление электроэнергии по всей сети в режиме реального времени, применяют сменные тарифные графики и устанавливать ограничения на потребление электроэнергии. В свою очередь, потребители смогут в режиме реального времени контролировать потребление электроэнергии. С помощью использования переменных тарифов пользователи могут уменьшить потребление электроэнергии во время его пикового использования. Специализированную цифровую сеть G3-PLC можно использовать в

системах автоматизації технологічних процесів, где прокладывание традиционных каналов передачи данных затруднено или невозможно. В результате проведенных исследований найдено полиномиальную математическую модель, которая лучше всего отражает изменение скорости передачи данных в зависимости от длины сегмента сети G3-PLC. Также установлено, что для упрощенного расчета можно использовать линейную модель определенную в ходе исследований. Установленные математические модели зависимости скорости передачи данных от длины сегмента специализированной цифровой сети G3-PLC будут способствовать лучшему проектированию сетей на базе G3-PLC.

Ключевые слова: математическая модель, специализированная цифровая сеть, зависимость скорости передачи данных от длины сегмента, fieldbus, G3-PLC, Power Line Communication.

Power Line Communication (PLC) systems are actively evolving and becoming more and more widespread worldwide. They are used in the automation of technological processes, the organization of video surveillance systems and to control the "smart" home. The G3-PLC provides high-speed and high-reliability long-distance communication over the existing power grid. Due to the fact that G3-PLC provides the ability to transmit data including through transformers, infrastructure costs are reduced. In addition, the G3-PLC network can support IPv6, which will allow the G3-PLC to easily integrate into common IPv6-based communication lines in the future. G3-PLC-based bilateral communications networks can provide grid operators with intelligent monitoring and control capabilities. Operators will be able to monitor electricity consumption across the network in real time, apply variable tariff schedules and set limits on electricity consumption. In turn, consumers will be able to control electricity consumption in real time. By using variable tariffs, users can reduce their electricity consumption during peak use. The G3-PLC dedicated digital network can be used in process automation systems where traditional or traditional data transmission is difficult or impossible. As a result of the research, a polynomial mathematical model was found that best reflects the change in data rate depending on the length of the G3-PLC network segment. It is also found that for the simplified calculation, a linear model determined during the studies can be used. The established mathematical models of data transmission rate dependence on the segment length of the G3-PLC dedicated digital network will contribute to better design of G3-PLC-based networks.

Key words: mathematical model, specialized digital network, dependence of data rate on segment length, fieldbus, G3-PLC, Power Line Communication.

### Вступ

Системи передавання даних через електромережі (Power Line Communication, PLC) активно розвиваються і стають все більш розповсюдженими в усьому світі. Їх використовують при автоматизації технологічних процесів, організації систем відеоспостереження та для управління "розумним" будинком [1, 2].

G3-PLC забезпечує високошвидкісний і високонадійний зв'язок на великих відстанях по існуючій електромережі. Завдяки тому, що G3-PLC забезпечує можливість передавати дані в тому числі через трансформатори, інфраструктурні витрати знижуються. Крім того, мережа G3-PLC може підтримувати протокол IPv6, що дозволить G3-PLC в майбутньому легко інтегрувати в загальні комунікаційні лінії зв'язку на базі протоколу IPv6 [3].

Двосторонні комунікаційні мережі на базі G3-PLC можуть забезпечити операторів

електричної мережі інтелектуальними можливостями моніторингу та управління. Оператори отримують можливість контролювати споживання електроенергії по всій мережі в режимі реального часу, застосовувати змінні тарифні графіки та встановлювати обмеження на споживання електроенергії. У свою чергу, споживачі зможуть в режимі реального часу контролювати споживання електроенергії. За допомогою використання змінних тарифів користувачі можуть зменшити споживання електроенергії під час пікового його використання [3].

Спеціалізовану цифрову мережу G3-PLC можна використати в системах автоматизації технологічних процесів, де проведення традиційних каналів передавання даних ускладнене або неможливе.

Метою дослідження є розробка математичної моделі залежності швидкості

передавання даних від довжини сегменту спеціалізованої цифрової мережі G3-PLC.

### **Аналіз сучасних закордонних і вітчизняних досліджень і публікацій**

Спеціалізовані цифрові мережі, які використовують як середовище передавання даних електромережі пройшли великий і довгий шлях еволюційного розвитку [1-10].

В 70-х роках ХХ століття була розроблена і почала використовуватися мережа X10. Проте в неї була дуже низька швидкість передавання даних (20 біт/с) та одностороння комунікація для простого управління пристроями та приладами.

В 80-х роках ХХ століття було подолано ряд обмежень мережі X10 і забезпечено можливість створення більш великих мереж.

В 90-х роках ХХ століття технологія FSK PLC стала популярною і забезпечила швидкість передавання даних 2,4 кбіт/с та двосторонню комунікацію для більш зручного управління.

В 2000-х роках були розроблені системи передавання даних через електромережі на швидкості до 2 Мбіт/с для мультимедійних програм споживачів (в основному для доступу до мережі Internet).

2010-х роках спеціально для Smart Grid було розроблено високонадійну, швидку, безпечну, двосторонню комунікаційну цифрову мережу, яка використовує як середовище передавання даних звичайні електромережі.

В даний час системи контролю та автоматизації на базі спеціалізованої цифрової мережі G3-PLC розроблені і використовуються в США, Франції,

Німеччині, Португалії, Мексиці, Японії, КНР, Тайвані.

Математична модель залежності швидкості передавання даних в спеціалізованій цифровій мережі G3-PLC сприяла б кращому проектуванню мереж на базі G3-PLC, адже швидкість передавання даних зменшується із збільшенням довжини сегменту мережі (особливо в мережах де середовищем передавання даних є електромережа). Проте, на даний час такі моделі не розроблені.

### **Розробка математичної моделі залежності швидкості передавання даних від довжини сегменту спеціалізованої цифрової мережі G3-PLC**

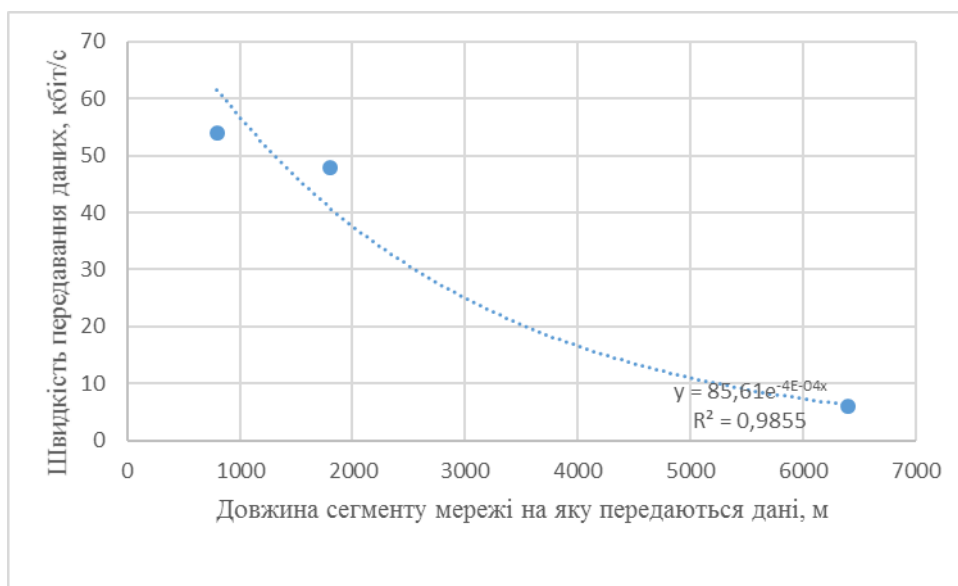
Jean Vigneron і Kaveh Razazian в своїй праці "Powerline Communication Standard for Today's Smart Grid" проводять огляд результатів досліджень роботи реальних ділянок мереж на базі G3-PLC [10]. Зокрема, вказано, що на одній ділянці на відстані 800 метрів було визначено швидкість передавання даних 54 кбіт/с, а на відстані 1800 метрів було визначено швидкість передавання даних 48 кбіт/с. На іншій ділянці на відстані 6400 метрів було визначено швидкість передавання даних 6 кбіт/с.

З метою проведення аналізу вищевказаних даних було відзначено дані результати на площині, де вісь абсцис відображає відстань в метрах, а вісь ординат відображає швидкість передавання даних в кбіт/с (рис.1).

Спочатку було здійснено пошук математичної моделі, як експонентної функції (рис.2).



**Рисунок 1 – Експериментально отримані дані про швидкість передавання даних в мережі G3-PLC на її ділянках різної довжини.**

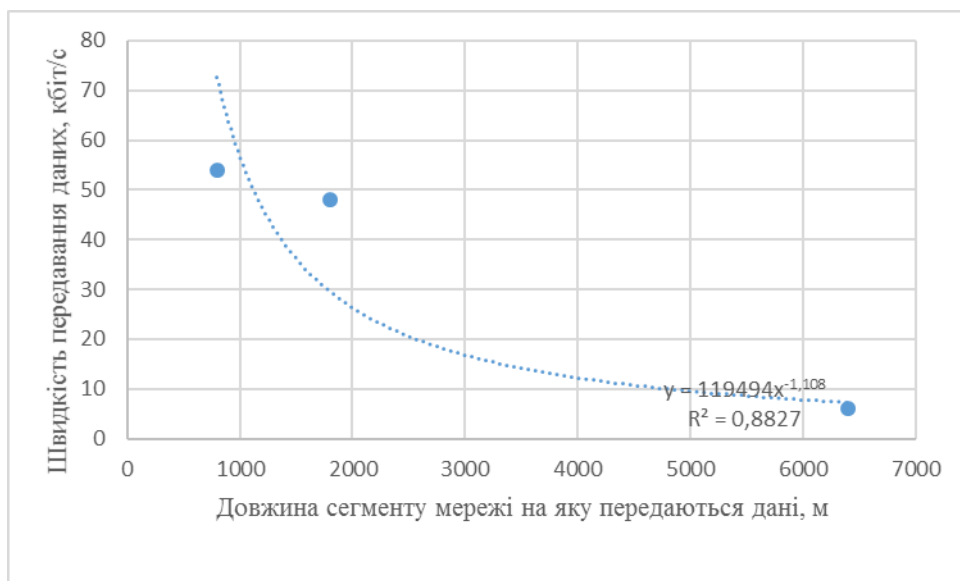


**Рисунок 2 – Експонентна модель залежності швидкості передавання даних від довжини сегменту мережі G3-PLC.**

З рисунка 2 видно, що відображений на ньому графік експонентної моделі не належним чином відображає швидкість передавання даних в порівнянні з даними, що отримані експериментальним способом та описані в роботі Jean Vigneron і Kaveh

Razazian “Powerline Communication Standard for Today’s Smart Grid” для ділянок довжиною 800 м і 1800 м.

Потім було здійснено пошук математичної моделі, як степеневої функції (рис.3).

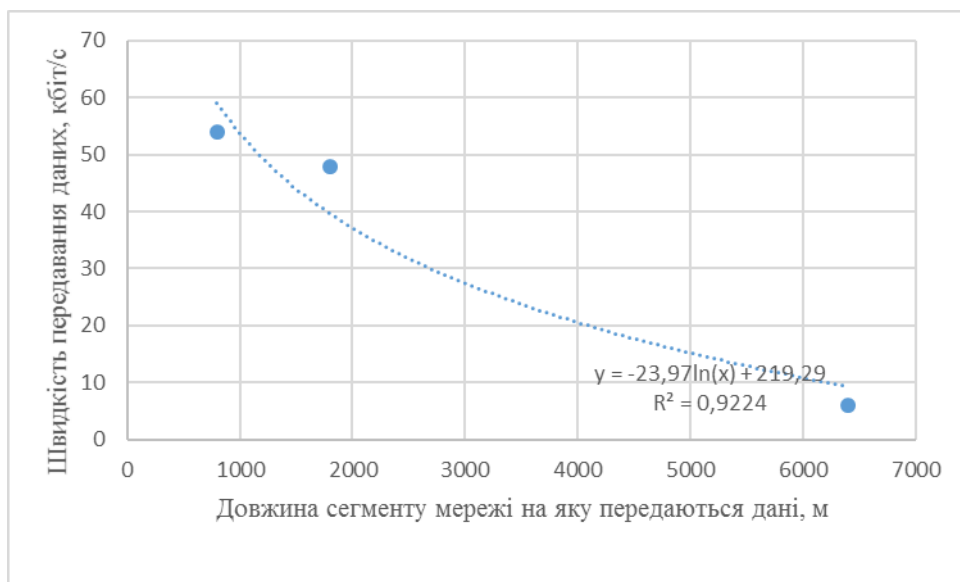


**Рисунок 3 – Степенева модель залежності швидкості передавання даних від довжини сегменту мережі G3-PLC.**

З рисунка 3 видно, що відображений на ньому графік степеневій моделі не належним чином відображає швидкість передавання даних в порівнянні з даними, що отримані експериментальним способом та які описані в роботі Jean Vigneron і Kaveh

Razazian “Powerline Communication Standard for Today’s Smart Grid” для ділянок довжиною 800 м і 1800 м.

Потім було здійснено пошук математичної моделі, як логарифмічної функції (рис.4).

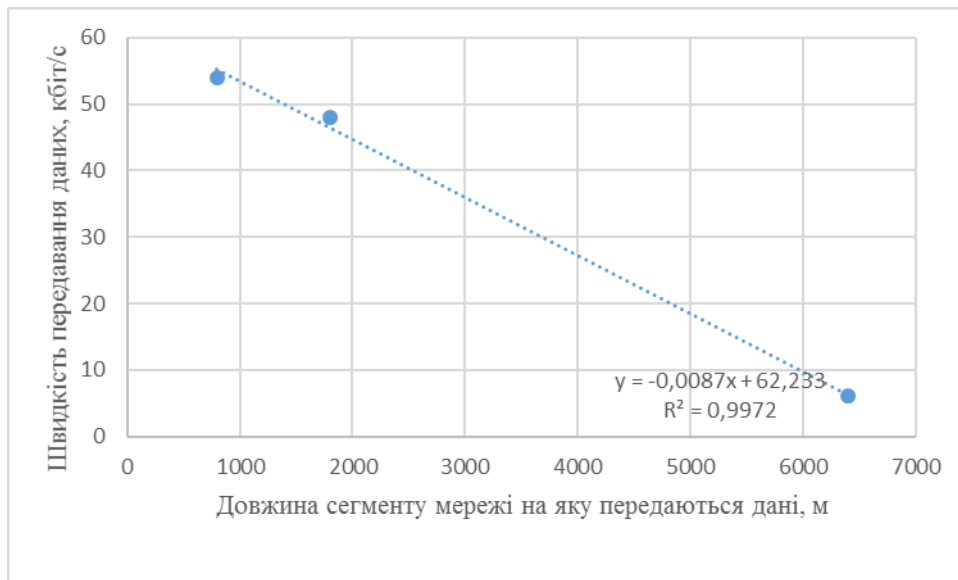


**Рисунок 4 – Логарифмічна модель залежності швидкості передавання даних від довжини сегменту мережі G3-PLC.**

З рисунка 4 видно, що відображений на ньому графік логарифмічної моделі не належним чином відображає швидкість передавання даних в порівнянні з даними, що отримані експериментальним способом та які описані в роботі Jean Vigneron і Kaveh Razazian “Powerline Communication Standard

for Today’s Smart Grid” для всіх трьох ділянок довжиною 800 м, 1800 м і 6400 м.

Потім було здійснено пошук математичної моделі, як лінійної функції (рис.5).

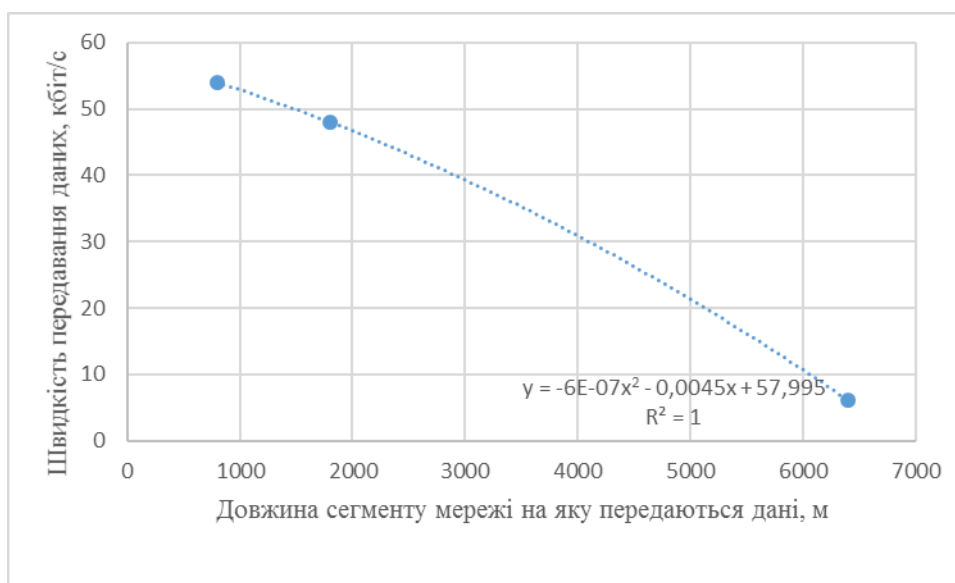


**Рисунк 5 – Лінійна модель залежності швидкості передавання даних від довжини сегменту мережі G3-PLC.**

З рисунка 5 видно, що відображений на ньому графік лінійної моделі близький до хорошого відображення швидкості передавання даних в порівнянні з даними, що отримані експериментальним способом та які описані в роботі Jean Vigneron і Kaveh Razazian “Powerline Communication Standard for Today’s Smart Grid” (є невеликі відхилення для двох ділянок довжиною 800 м і 1800 м).

Потім було здійснено пошук математичної моделі, як поліноміальної функції (рис.6).

З рисунка 6 видно, що відображений на ньому графік поліноміальної моделі відображає зміну швидкості передавання даних в залежності від довжини сегменту мережі G3-PLC і значення швидкості передавання даних отримані експериментальним способом, що описані в роботі Jean Vigneron і Kaveh Razazian “Powerline Communication Standard for Today’s Smart Grid” для ділянок мережі довжиною 800 м, 1800 м і 6400 м їм відповідають.



**Рисунок 6 – Поліноміальна модель залежності швидкості передавання даних від довжини сегменту мережі G3-PLC.**

### Висновки

В результаті проведених досліджень знайдено поліноміальну математичну модель, яка найкраще відображає зміну швидкості передавання даних в залежності від довжини сегменту мережі G3-PLC. Також встановлено, що для спрощеного розрахунку можна використовувати лінійну модель визначену під час досліджень.

### Список використаних джерел

1. Чернюк А. Связь по электросети: кому и зачем это нужно. QTECH. – 2015.
2. Никифоров А. В. Технология PLC – телекоммуникации по сетям электропитания. Сети и системы связи. №5. – 2002.
3. G3-PLC Overview: <http://www.g3-plc.com/what-is-g3-plc/g3-plc-overview/>
4. Thierry Lys. First Feedback on the G3-PLC roll-out in France. ERDF. – 2016. – 15 p.
5. Koch M. G3-PLC 500 kHz for Smart Metering. Devolo. – 2015. – 18 p.
6. Bouchez J., Durieux O., Grandjean H. Smart metering pilot: testing G3-PLC technology. ORES. – 2015. – 15 p.

7. IEEE G3-PLC Research – G3-PLC on Galvanized SWER

8. Kikkert J. Effect of couplers and line branches on PLC communication channel response. 2011 IEEE International Conference on Smart Grid Communications (SmartGridComm). - Brussels. - 2011.

9. Razazian X., M. Umari, A. Kamalizad, V. Loginov, M. Navid "G3-PLC Specification for Powerline Communication: Overview, System Simulation and Field Trial Results.", 2010 IEEE International Symposium on Power Line Communications and its Applications, Rio de Janeiro, Brazil, pp 313-318, 28-31 March 2010.

10. Jean Vigneron, Kaveh Razazian. G3-PLC Powerline Communication Standard for Today's Smart Grid. – 2012. – 28 p.

### References

1. Chernyuk A. Svyaz po elektroseti: кому i zachem eto nuzhno. QTECH. 2015.
2. Nikiforov A. V. Tekhnologiya PLC – telekommunikaczii po setyam elektropitaniya. Seti i sistemy svyazi. 2002. No 5.
3. G3-PLC Overview: <http://www.g3-plc.com/what-is-g3-plc/g3-plc-overview/>
4. Thierry Lys. First Feedback on the G3-PLC roll-out in France. ERDF. 2016. 15 p.
5. Koch M. G3-PLC 500 kHz for Smart Metering. Devolo. 2015. 18 p.

6. Bouchez J., Durieux O., Grandjean H. Smart metering pilot: testing G3-PLC technology. ORES. 2015. 15 p.
7. IEEE G3-PLC Research – G3-PLC on Galvanized SWER
8. Kikkert J. Effect of couplers and line branches on PLC communication channel response. 2011 IEEE International Conference on Smart Grid Communications (SmartGridComm). - Brussels. - 2011.
9. Razazian X., M. Umari, A. Kamalizad, V. Loginov, M. Navid "G3-PLC Specification for Powerline Communication: Overview, System Simulation and Field Trial Results.", 2010 IEEE International Symposium on Power Line Communications and its Applications, Rio de Janeiro, Brazil, , 28-31 March 2010. P/ 313-318
10. Jean Vigneron, Kaveh Razazian. G3-PLC Powerline Communication Standard for Today's Smart Grid. 2012. 28 p.



УДК 622.692.4

DOI: 10.31471/1993-9981-2019-2(43)-128-135

## ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТРУБОПРОВІДІВ, ЯКИМИ ТРАНСПОРТУЮТЬСЯ ГАЗОРІДИННІ СУМІШІ З АГРЕСИВНИМИ КОМПОНЕНТАМИ

А. П. Олійник, Б. С. Незамай, Л. І. Фешанич

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу  
м. Івано-Франківськ, Карпатська 15, 76019, e-mail: pta@nupg.edu.ua

Розглянуто задачу оцінки напружено-деформованого стану трубопроводів, по яких транспортуються газорідинні суміші з агресивними компонентами, встановлено мету, об'єкт та предмет дослідження. Проведено аналіз сучасного стану науково-технічних досліджень із вказаної тематики, виявлено коло невирішених проблем. Комбінований вплив на зміну напружено-деформованого стану трубопроводів, по яких транспортуються газорідинні суміші з агресивними компонентами оцінюється за двома моделями – модель визначення зміни напружено – деформованого стану трубопроводу за даними про переміщення певної множини точок поверхні з урахуванням квазістаціонарності процесу деформування. При цьому використовується апарат інтерполяційних згладжуючи сплайнів та методи диференціальної геометрії, визначаються 6 компонент тензорів деформації та напружень. З метою обґрунтування методики оцінки кільцевих напружень при зношенні стінок трубопроводу внаслідок дії агресивних компонент сумішей, що транспортуються, виведено системи рівнянь рівноваги для тороподібних ділянок трубопроводів та для квазіпрямолінійних ділянок зі зміненою конфігурацією поперечного перерізу. Встановлено граничні умови для рівнянь рівноваги, встановлено розрахункові формули для оцінки кільцевих напружень, що виникають під дією внутрішнього тиску для перерізів з дефектами форми, обумовлених дією агресивних компонент. Наведено результати розрахунків, які дозволяють кількісно оцінити зміну найбільш суттєвих кільцевих напружень, що виникають в матеріалі трубопроводу під дією внутрішнього тиску в перерізах трубопроводу, які зазнали впливів агресивних компонент. При цьому прийнято допущення, що деформовані перерізи мало відрізняються від форми кола.

Ключові слова: трубопроводи, суміші з агресивними компонентами, напружений стан, системи рівнянь рівноваги, кільцеві напруження, деформовані перерізи.

Рассмотрена задача оценки напряженно-деформированного состояния трубопроводов, по которым транспортируются газожидкостные смеси с агрессивными компонентами, установлено цель, объект и предмет исследования. Проведен анализ современного состояния научно-технических исследований по указанной тематике, выявлен круг нерешенных проблем. Комбинированное воздействие на изменение напряженно-деформированного состояния трубопроводов, по которым транспортируются газожидкостные смеси с агрессивными компонентами оценивается по двум моделям – модель определения изменения напряженно - деформированного состояния трубопровода по данным о перемещении определенного множества точек поверхности с учетом квазистационарности процесса деформирования. При этом используется аппарат интерполяционных сглаживающих сплайнов и методы дифференциальной геометрии, определяются 6 компонент тензоров деформации и напряжений. С целью обоснования методики оценки кольцевых напряжений при износе стенок трубопровода вследствие воздействия агрессивных компонентов транспортируемых смесей, выведено системы уравнений равновесия для торообразной участков трубопроводов и для квазипрямолинейных участков с измененной конфигурацией поперечного сечения. Поставлены граничные условия для уравнений равновесия, установлены расчетные формулы для оценки кольцевых напряжений, возникающих под действием внутреннего давления для сечений с дефектами формы, обусловленных действием агрессивных компонентов. Приведены результаты расчетов, которые позволяют количественно оценить изменение наиболее существенных кольцевых напряжений, возникающих в материале трубопровода под действием внутреннего давления в сечениях трубопровода, подвергшихся

воздействиям агрессивных компонентов. При этом принято допущение, что деформированные сечения мало отличаются от формы круга.

Ключевые слова: трубопроводы, смеси из агрессивными компонентами, напряженное состояние, системы уравнений равновесия, кольцевые напряжения, деформированные сечения.

The task of estimating the stress-strain state of pipelines through which gas-liquid mixtures with aggressive components are transported is considered, the purpose, object and object of research are established. The analysis of the current state of scientific and technical researches on the given subject is carried out, the circle of unresolved problems is revealed. The combined effect on the pipelines through which gas-liquid mixtures with aggressive components are transported stress – strained state change is estimated by two models - the model for determining the change of the stress-strain state of the pipeline by data on the surface points certain set displacement taking into account the quasi-stationarity of the process. The device uses interpolation smoothing splines and methods of differential geometry, 6 components of strain and stress tensors are determined. In order to substantiate the method of estimation of annular stresses at the wear of the pipeline walls due to the action of the aggressive components of the transported mixtures, systems of equilibrium equations for pipeline sections and for quasi-rectilinear sections with altered cross-section configuration have been derived. Boundary conditions for equilibrium equations are established. Calculation formulas for estimation of annular stresses arising under the action of internal pressure for sections with shape defects caused by the action of aggressive components are established. The results of calculations that allow to quantify the change of the most significant ring stresses arising in the pipeline material under the action of internal pressure in the pipeline cross sections, which were exposed to the aggressive components, are presented. It is assumed that the deformed sections are little different from the shape of the circle.

Keywords: pipelines, mixtures with aggressive components, stress state, systems of equilibrium equations, annular stresses, deformed sections.

## 1. Постановка задачі

При дослідженні напружено-деформованого стану трубопроводів, по яких транспортуються газорідні суміші із агресивними компонентами (ГСАК) виникає необхідність виявлення та математичного описання факторів силового та хімічного впливу, характерних для дії агресивних компонент ГСАК впродовж тривалого терміну експлуатації трубопроводів.

## 2. Аналіз останніх досліджень та публікацій

Численні публікації з даного питання, як правило, стосуються або оцінки зміни напружено-деформованого стану ділянок трубопроводів за даними про переміщення точок поверхні під дією силових факторів невідомої природи [1, 2, 4, 14, 15, 21], або визначенню обумовлених зношенням стінок трубопроводів кільцевих напружень, що виникають в трубопроводі із змішаною формою поперечного перерізу під дією внутрішнього тиску [12, 13, 15, 17, 19]. Питання комплексної оцінки зміни напружено-деформованого стану під дією комплексу силових факторів різної природи вимагають більш детального вивчення з урахуванням дії ГСАК, яка обумовлює зміну конфігурації поперечного перерізу, товщини

стінок, кривини осі квазіпрямолінійних та тороподібних ділянок.

Метою дослідження є розроблення математичних моделей процесу деформування та напруженого стану ділянок трубопроводів, по яких транспортуються ГСАК за даними про переміщення точок поверхні трубопроводів з різною конфігурацією осі та про зміну конфігурації перерізу під дією агресивних компонент. Об'єктом дослідження є процеси зміни конфігурації осей та перерізів трубопроводів, по яких транспортуються ГСАК, для яких здійснюється контроль зміни напружено-деформованого стану внаслідок дії силових факторів різної природи.

Предметом дослідження є методи математичного моделювання та оцінки напружено-деформованого стану трубопроводних систем, по яких транспортуються ГСАК з урахуванням особливостей факторів силового впливу, що виникають внаслідок дії цих агресивних компонент. Методами дослідження є засоби диференціальної геометрії, тензорного аналізу, методи згладжування та інтерполяції експериментальних даних, апарат лінійної теорії пружності.

### 3. Основний матеріал

Для опису зміни напружено-деформованого стану трубопроводів за даними переміщення точок поверхні використовується методика, що

$$\vec{r}(s, \varphi, r, t, p_i) = \vec{r}_i(s, \varphi, r, t, p_i) + \rho(s, \varphi, r, t, p_i) \times (\cos \omega(s, \varphi, r, t, p_i) \vec{b}_i + \sin \omega(s, \varphi, r, t, p_i) \vec{n}_i) + \psi(s, \varphi, r, t, p_i) \cdot \vec{\tau}_i - \frac{D}{2} \vec{n}_i, \quad (1)$$

де  $s, \varphi, r$  - компоненти пов'язаної з тілом квазіциліндричної системи координат,  $s$  - повздовжні координати,  $0 \leq s \leq l$ ,  $l$  - довжина ділянки;  $\varphi$  - полярний кут в перерізі  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ,  $r$  - радіальна компонента,  $R_{\text{вн}} \leq r \leq R_{\text{зовн}}$ ,  $R_{\text{вн}}, R_{\text{зовн}}$  - відповідно внутрішній та зовнішній радіуси;  $t$  - час;  $p_i$  - коефіцієнти, що враховують тип зовнішніх навантажень (внутрішній тиск, кручення, повздовжні переміщення, температурні градієнти тощо);  $\vec{r}_i$  - радіус-вектор точки на верхній твірній ділянки трубопроводу; для побудови  $\vec{r}_i$  за даними про переміщення точок верхньої твірної використовуються інтерполяційні згладжуючі сплайни [1,2] з урахуванням точності вимірювання координат геодезичними [20,21] методами або методами внутрішньотрубною інспекції [16-18];  $\vec{n}_i, \vec{b}_i, \vec{\tau}_i$  - вектори нормалі, бінормалі та дотичної до поверхні твірної [6,7];  $\rho(s, \varphi, r, t, p_i); \omega(s, \varphi, r, t, p_i); \psi(s, \varphi, r, t, p_i)$  - функції, що характеризують відповідно радіальні, полярні та повздовжні переміщення точок досліджуваної ділянки; у випадку прямолинійної ділянки трубопроводу приймається, що  $\rho(s, \varphi, r, t, p_i) = r; \omega(s, \varphi, r, t, p_i) = \varphi; \psi(s, \varphi, r, t, p_i) = 0$ . В більш складних деформаціях вказані функції або задаються з урахуванням способу деформування, або ж приймаються, що вони є лінійними комбінаціями компонент  $s, \varphi, r$ , а коефіцієнти розкладу визначаються за методом мінімальних нев'язок [1]. За відомим поданням (1) визначаються наступні величини:

- компоненти векторів локального базису в початковий та контрольний моменти часу [5]:

отримала теоретичне обґрунтування в роботах [1, 2], згідно з якими для координат радіус-вектора  $\vec{r}$  будь якої точки досліджуваної ділянки одержується подання:

$$\vec{f}_i = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_i}, \quad x_1 = s; x_2 = \varphi; x_3 = r, \quad (2)$$

- компоненти метричного тензора в початковий та контрольний моменти часу [6]:

$$g_{ij} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_i} \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_j} = \vec{f}_i \vec{f}_j, \quad (3)$$

- компоненти тензора деформацій [5]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (g_{ij} - g_{ij}^0), \quad (4)$$

де  $g_{ij}^0$  - компоненти метричного тензора в початковий та контрольний моменти часу;

- компоненти тензора напружень  $\sigma_{ij}$  - в рамках моделі ізотропного тіла [5]:

$$\sigma^{ij} = \lambda I_1(\varepsilon) g^{ij} + 2\mu \varepsilon^{ij}, \quad (5)$$

де  $\sigma^{ij}, g^{ij}, \varepsilon^{ij}$  - відповідно контраваріантні компоненти тензорів напруження, метричного та тензора деформації; компоненти  $g^{ij}$  визначаються як помножити матриці, оберненої до  $\{g^{ij}\}$ , визначеної за (3), для інших контраваріантних компонент [6], відоме співвідношення між коваріантними та контраваріантними компонентами тензорів [6]:

$$\begin{cases} \sigma^{ij} = \sum_{k,l=1}^3 g^{ik} g^{jl} \sigma_{kl}, \\ \varepsilon^{ij} = \sum_{k,l=1}^3 g^{ik} g^{jl} \varepsilon_{kl}, \end{cases} \quad (6)$$

$\lambda, \mu$  - параметри Ламе матеріалу, з якого виготовлено трубопровід. У випадку анізотропного тіла [5] компоненти тензора напружень визначається наступним чином:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k,l=1}^3 c_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (7)$$

де  $c_{ijkl}$  - компоненти матриці круглих модулів.

Модель (1)-(7) дозволяє оцінити зміну напружено-деформованого стану при зміні координат точок поверхні трубопроводу, що транспортує ГСАК. Проте особливо значних впливів зазнає трубопровід в зоні поворотів, трійників тощо. З метою вивчення висиненого питання проводиться моделювання процесу деформування тороподібних ділянок, а також ділянок, які в процесі транспортування ГСАК зазнають зміни форми поперечного перерізу внаслідок зношення стінок внаслідок дії агресивних компонент. При моделюванні напруженого стану ділянок із змінною формою поперечного перерізу задача оцінки напружено-деформованого стану розв'язується в наступних допущеннях: в циліндричній системі координат:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi & 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ y = r \sin \varphi & R_{\text{вн}} \leq r \leq R_{\text{зовн}} \\ z = s & 0 \leq s \leq L \end{cases} \quad (8)$$

для якої символи Кристофеля II роду [6] мають лише дві ненульові компоненти:

$$\begin{cases} \left( \lambda + 2\mu \right) \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\omega}{r^2} \right) - \lambda \left[ \frac{\partial v}{\partial \theta} \frac{2}{r^3} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right] + \\ + \mu \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \theta} \frac{1}{r^2} + 2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \frac{1}{r^2} - \frac{4}{r^3} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - 2 \frac{\partial v}{\partial \theta} \frac{1}{r^4} \right] = 0; \\ - 4\mu \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - 2 \frac{v}{r} \right) \frac{1}{r^3} \right] + \frac{2\mu}{r^2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} - 2 \frac{\partial v}{\partial r} \frac{1}{r} - \frac{2v}{r^2} \right) \right] + \\ + 2\mu \left( \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \theta} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial r \partial \theta} - \frac{2}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) \frac{1}{r^2} + \frac{3\mu}{r^3} \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - \frac{2v}{r} \right) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

З граничними умовами:

$$\begin{cases} \sigma^{22}|_{r=R_{\text{вн}}} = P_a; \\ \sigma^{22}|_{r=R_{\text{зовн}}} = P_e, \end{cases} \quad (12)$$

де  $P_a, P_e$  - відповідно внутрішній та зовнішній тиск.

Аналогічно для тороподібної ділянки трубопроводу вводиться система координат за наступними співвідношеннями:

$\Gamma_{22}^1 = -r; \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{21}^2 = \frac{1}{r}$ . При цьому для компонент вектора переміщень робиться допущення:

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega(r, \theta); \\ \omega_2 = v(r, \theta); \\ \omega_3 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

При цьому ненульовими компонентами тензора деформацій будуть наступні:

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \frac{\partial \omega}{\partial r}; \varepsilon_{22} = \frac{\partial v}{\partial \theta} + \omega r; \varepsilon_{33} = 0; \varepsilon_{13} = 0 \\ \varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - 2v \frac{1}{r} \right); \varepsilon_{23} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

В такому випадку система рівнянь рівноваги в рамках лінійної теорії крученості для визначення компонент  $\omega, v$  набуває наступного виду:

$$\begin{cases} x = (R + r \cos \varphi) \cos \theta \\ y = (R + r \cos \varphi) \sin \theta \\ z = r \sin \varphi \end{cases} \quad (13)$$

де  $R$  - радіус кривини тороподібної ділянки, формули Кристофеля II роду визначаються наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_{33}^1 = \cos \theta (R - r \cos \theta); \Gamma_{22}^1 = -r; \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{21}^2 = \frac{1}{r}; \\ \Gamma_{33}^2 = -\frac{\sin \theta (R - r \cos \theta)}{r}; \Gamma_{13}^3 = -\frac{\cos \theta}{R - r \cos \theta}; \\ \Gamma_{23}^3 = \frac{r \sin \theta}{R - r \cos \theta}. \end{array} \right. \quad (14)$$

Ненульові компоненти тензора деформацій є наступними:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial r}; \varepsilon_{22} = \frac{\partial v}{\partial \theta} + ur; \varepsilon_{33} = -u \cos \theta (R - r \cos \theta) + v \frac{\sin \theta (R - r \cos \theta)}{r}; \\ \varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r}, \end{array} \right. \quad (15)$$

в допущенні:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = u(r, \theta) \\ v = v(r, \theta) \\ \omega = 0 \end{array} \right. \quad (16)$$

В такому випадку система рівнянь рівноваги відносно компонент  $u(r, \theta); v(r, \theta)$  записується наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\lambda + 2\mu) \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} \frac{1}{r} - \frac{u}{r^2} \right] + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \mu \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \theta} \left( \lambda \frac{1}{r^2} + \mu \frac{1}{r^2} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\cos \theta}{(R - r \cos \theta)} + \\ + \mu \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r(R - r \cos \theta)} + \frac{\partial v}{\partial r} (\lambda + 2\mu) \frac{\sin \theta}{r(R - r \cos \theta)} - 2 \frac{\partial v}{\partial \theta} (\lambda + 2\mu) \cdot \frac{1}{r^3} + \\ + u \left( -\frac{1}{r^2} (\lambda + 2\mu) - (\lambda + 2\mu) \frac{\cos^2 \theta}{(R - r \cos \theta)^2} \right) + v \left[ (\lambda + 2\mu) \frac{\sin \theta \cos \theta}{r(R - r \cos \theta)^2} - \frac{\sin \theta (\lambda + 2\mu)}{r^2 (R + r \cos \theta)} \right] = 0; \\ \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} (\lambda + \mu) \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \mu \frac{1}{r^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \frac{1}{r^4} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \left( 3\mu \frac{1}{r^3} + \lambda \frac{1}{r^3} - \frac{(\lambda + \mu) \cos \theta}{r^2 (R + r \cos \theta)} \right) + \\ + \frac{\partial v}{\partial r} \left( -\mu \frac{1}{r^3} - \mu \frac{1}{r^2} \frac{\cos \theta}{R - r \cos \theta} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r^3 (R - r \cos \theta)} + u \left( (\lambda + \mu) \frac{1}{r^2} \frac{R \sin \theta}{(R - r \cos \theta)^2} \right) + \\ + \frac{v(\lambda + 2\mu)}{r^3} \frac{R \cos \theta - r}{(R - r \cos \theta)^2} = 0 \end{array} \right. \quad (17)$$

з граничними умовами аналогічними (12). Чисельний розв'язок систем (17 та (11) вимагає значних обчислювальних зусиль, проте при практичному її розв'язанні можна прийняти наступні допущення:

- для тороподібних ділянок при  $R \rightarrow \infty$

$v \ll u; \frac{\partial v}{\partial \theta}; \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}; \frac{\partial u}{\partial \theta}; \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}; \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial r}; \frac{\partial^2 v}{\partial \theta \partial r} \ll u; \frac{\partial u}{\partial r}; \frac{\partial^2 u}{\partial r^2},$   
що дозволяє зробити висновок про те, що

система (17) вироджується в одне рівняння (перший додаток системи (17), перше рівняння)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} \frac{1}{r} - \frac{u}{r^2} = 0, \quad (18)$$

яке є основним рівнянням задачі Ламе [5].

Аналогічно досліджуючи систему (11) і приймаючи до уваги гіпотезу про те, що при зміні товщини стінки трубопроводу з ГСАК конфігурація поперечного перерізу мало

відрізняється від кругової, тому для оцінки кільцевих напружень, що виникають в матеріалі під дією внутрішнього тиску, можна проводити розрахунки за формулою [5]:

$$\sigma_{\text{кц}} = \frac{P R_3}{\delta(\theta)}, \quad (19)$$

де  $P_{\text{вн}}$  - внутрішній тиск,  $R_3$  - зовнішній діаметр труби;  $\delta(\theta)$  - залежна від полярного кута товщина стінки;

$$\delta(\theta) = R_{\text{зовн}} - R_{\text{вн}}(\theta), \quad (20)$$

де  $R_{\text{вн}}$  - внутрішній радіус труби, який зазнав змін в процесі дії агресивних компонент. Формула (20) є інтегральним осередненням більш загальної формули [7]:

$$\sigma_{\text{кц}} = \frac{R_{\text{вн}}^2(\theta) P_{\text{вн}}}{R_3^2 - R_{\text{вн}}^2(\theta)} \left( 1 + \frac{R_3^2}{r^2} \right) - \frac{R_{\text{зовн}}^2}{R_{\text{зовн}}^2 - R_{\text{вн}}^2(\theta)} \left( 1 + \frac{R_{\text{вн}}^2(\theta)}{r^2} \right), \quad (21)$$

при умові  $P_{\text{вн}} \gg P_{\text{зовн}}$  (формально  $P_{\text{зовн}} = 0$ ). В формулі (21)  $R_{\text{вн}}(\theta)$  - внутрішній радіус труби, який змінився в процесі транспортування ГСАК,  $R_{\text{зовн}}$  - зовнішній радіус труби;  $P_{\text{вн}}, P_{\text{зовн}}$  - відповідно внутрішній та зовнішній тиск. Для оцінки  $R_{\text{вн}}(\theta)$  використовуються методи внутрішньотрубної інспекції [17,18].

Результати проведених модельних розрахунків показують, що при товщині стінки  $\delta = 20\text{мм}$  втрата  $2\text{мм}$  товщини стінки обумовлює ріст кільцевих напружень на 10% не складає загрози катастрофічної втрати міцності трубопроводу, по якому здійснюється транспортування ГСАК(рис.1).



Рисунок 1 – Зміна кільцевих напружень при зміні конфігурації поперечного перерізу внаслідок дії агресивних компонент.

**Висновки**

1. В допущенні про пружний характер напружень в матеріалі трубопроводу комплексна оцінка напружень може проводитись за принципом суперпозиції розв'язків задач теорії пружності [7]:

$$\tilde{\sigma}_z = \tilde{\sigma} + \tilde{\sigma}_{\text{кц}} \quad (22)$$

де  $\tilde{\sigma}_z$  - загальний тензор напружень,  $\tilde{\sigma}$  - тензор напружень, обчислений за алгоритмом (1)-(7);  $\tilde{\sigma}_{\text{кц}}$  - тензор напружень, обчислений за

(21) з урахуванням зміни товщини стінки в процесі транспортування ГСАК.

2. При побудові тензора з використанням (1)-(7) необхідно залучати апарат інтерполяції згладжуючими інтерполяційними кубічними сплайнами з метою усунення впливу неточностей, обумовлених похибкою вимірювань переміщень точок верхньої твірної інструментальними геодезичними методами [20,21].

3. При оцінці кільцевих напружень за формулами та підходами (19)-(21) з урахуванням дії ГСАК встановлено, що при

втраті товщини стінки 10% зміни кільцевих напружень складає 10-12%.

### Список використаних джерел

1. Олійник А.П. (2010) Математичні моделі процесу квазістаціонарного деформування трубопровідних та промислових систем при зміні їх просторової конфігурації: монографія. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 320 с.

2. Олійник А.П., Заміховський Л.М. (2008) Математичний апарат для контролю напружено-деформованого стану трубопроводів: монографія. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 306 с.

3. Неразрушающий контроль и диагностика (2003) / под ред. В.В. Клюева. 2-е изд. М.: Машиностроение, 656 с.

4. Трубопровідний транспорт газу (2002) / за ред. М.П. Ковалка. К.: Агенство з раціонально використанні енергії та екології; 600с.

5. Седов Л.И. (1984) Механика сплошних сред. М.: Наука, т.2. 572 с.

6. Победря Б.Е. (1986) Лекции по тензорному анализу. М.: Из-во Московского ун-та, 264 с.

7. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. (1999) Лекции по теории упругости. М.: Эдиториал УРСС, 208 с.

8. Радкевич О.І., Чумало Г.В. (2003) Пошкодження металу промислових трубопроводів у сірководневому середовищі. Фізико-хімічна механіка матеріалу, №4. С. 112-114.

9. Пилипів Л.Д., Середюк М.Д. (2007) Особливості гідравлічного розрахунку трубопроводу при перекачуванні в'язкопластичної рідини. Нафтогазова енергетика. №1. С. 27-31.

10. Лаптев А.Г., Фарахов М.И. (2008) Гидромеханические процессы нефтехимии и энергетики. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 729с.

11. Синайский Э.Г., Лапига Е.Я., Зайцев Ю.В. (2002) Сепарация многофазных многокомпонентных систем. М.: ООО Недр-Бизнесцентр, 621 с.

12. Орляк И .В., Радченко С.А. (2008) Математическое решение задачи Бэзе для тонкостенных труб с начальным несовершенством формы поперечного сечения

при действии давления. Проблемы прочности, № 3. С.100-123.

13. Guarracino F. (2003) Analytical evaluation of local effects in cylindrical shells tecting and design. Проблемы прочности, № 5. С.28-35.

14. Якубовський Ю.Є., Малюшін Н. А., Якубовська С. В., Платонов О. М. (2003) Проблеми міцності трубопровідного транспорту. С.Пб.: Недра, 200с.

15. Яхно Б.О., Трубачов С.І. (2003) Stress-strain state of the cylindrical walled perforated shells .Journal of Mechanical Engineering NTUU «Kyiv Polytechnic Institute». Випуск 67. С. 126-130.

16. Олійник А.П., Заміховський Л.М. Іванишин В.П. (2000) Визначення напружено-деформованого стану трубопроводів за даними внутрітубної інспекції-Надійність машин та прогнозування їх ресурсу: матеріали доп. Міжнар. наук.-техн. конф. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, Факел, ст. 292-296.

17. Олійник А.П., Болгаченко Т.О. (2009) Математичне забезпечення для оцінки напружено-деформованого стану трубопроводів за даними інспекції інтелектуальними поршнями. Науковий вісник ІФНТУНГ, № 1(19). С.153-156.

18. Олійник А.П., Болгаченко Т.О., Іванчук Л.М. (2009) Теоретичне обґрунтування системи математичної обробки даних внутрішньотрубної інспекції. Наукові вісті Галицької академії. Івано-Франківськ, № 1(15). С. 11-16.

19. Олійник А.П., Івасів О.Я. (2006) Математична модель напружено-деформованого стану квазіциліндричних тіл з дефектами поверхні під дією внутрішнього тиску. Методи прилади контролю якості, № 16. С.8-11.

20. Інструкція з топографічного зняття у масштабах 1:5000, 1:2000;1:1000 та 1:500: ГКНТА-2.04-02-98: (1998) Офіц.вид. К.:Укргеоінформ, 155 с.

21. Ратушняк Г.С. (2003). Топографія з основами картографії. К.: ЦНЛ, 208с.

### References

1. Oliinyk A.P. Matematychni modeli protsesu kvazistatsionarnoho deformuvannia truboprovodnykh ta promyslovykh system pry zmini

yikh prostorovoi konfigurasii: monohrafiia. Ivano-Frankivsk: IFNTUNH, 2010 320 p.

2. Oliinyk A.P., Zamikhovskyi L.M. Matematychnyi aparat dlia kontroliu napruzhenodeformovanoho stanu truboprovodiv: monohrafiia. Ivano-Frankivsk: IFNTUNH, 2008 306 p.

3. Nerazrushaiushchyi kontrol y dyahnostyky / pod red. V.V. Kliuieva. 2-e yzd. M.: Mashynostroenye, 2003. 656 p.

4. Truboprovodnyi transport hazu / za red. M.P. Kovalka. K.: Ahenstvo z ratsionalno vykorystannia enerhii ta ekolohii; 2002. 600p.

5. Sedov L.Y. Mekhanyka sploshnykh sred. M.: Nauka, 1984. Vol.2. 572 p.

6. Pobedria B.E. Lektsyy po tenzornomu analyzu. M.: Yz-vo Moskovskoho un-ta, 1986. 264p.

7. Pobedria B.E., Heorhyevskyi D.V. Lektsyy po teoriiy upruhosity. M.: Edytoryal URSS, 1999. 208 p.

8. Radkevych O.I., Chumalo H.V. Poshkodzhennia metalu promyslovykh truboprovodiv u sirkovodnevomu seredovyshch. Fizyko-khimichna mekhanika materialu. 2003. No 4. P. 112-114.

9. Pylypiv L.D., Serediuk M.D. Osoblyvosti hidravlichnoho rozrakhunku truboprovodu pry perekachuvanni viazkoplastychnoi ridyny. *Naftohazova enerhetyka*. 2007. No.1. P. 27-31.

10. Laptev A.G., Farahov M.I. Gidromehaniicheskie protsesyi neftehimii i energetiki. Kazan: Izd-vo Kazanskogo un-ta, (2008) 729p.

11. Sinayskiy E.G., Lapiga E.Ya., Zaytsev Yu.V. Separatsiya mnogofaznih mnogokomponentnih sistem. M.: OOO Nedra-Biznestsentr, 2002. 621 p.

12. Oryilyak I.V., Radchenko S.A. Matematicheskoe reshenie zadachi Beze dlya tonkostennih trub s nachalnym nesovershenstvom formy poperechnogo secheniya pri deystvii davleniya. *Problemy prochnost*. 2008. No. 3. P.100-123.

13. Guarracino F. Analytical evaluation of local effects in cylindrical shells testing and design. *Problemy prochnosti*, 2003. No. 5. P.28-35.

14. Yakubovskyi Yu.Ie., Maliushin H. A., Yakubovska C. B., Platonov O. M. Problemy mitsnosti truboprovodnoho transportu. S.Pb.: Nedra, 2003. 200p.

15. Yakhno B.O., Trubachov S.I. Stress-strain state of the cylindrical walled perforated shells. *Journal of Mechanical Engineering NTUU «Kyiv Polytechnic Institute»*. 2003. No. 67. P. 126-130.

16. Oliinyk A.P., Zamikhovskyi L.M. Ivanyshyn V.P. Vyznachennia napruzhenodeformovanoho stanu truboprovodiv za danymy vnutritrubnoi inspektsii-Nadiinist mashyn ta prohozuvannia yikh resursu: materialy dop. Mizhnar. nauk.-tekhn. konf. Ivano-Frankivsk: IFNTUNH, Fakel, 2000. P. 292-296.

17. Oliinyk A.P., Bolhachenko T.O. Matematyчне zabezpechennia dlia otsinky napruzhenodeformovanoho stanu truboprovodiv za danymy inspektsii intelektualnymy porshniamy. *Naukovyi visnyk IFNTUNH*. 2009. No. 1(19). P.153-156.

18. Oliinyk A.P., Bolhachenko T.O., Ivanchuk L.M. Teoretyчне obhuntuвання systemy matematychnoi obrobky danykh vnutrishnotrubnoi inspektsii. *Naukovi visti Halytskoi akademii. Ivano-Frankivsk*, 2009. No. 1(15). P. 11-16.

19. Oliinyk A.P., Ivasiv O.Ia. Matematychna model napruzhenodeformovanoho stanu kvazitsylindrychnykh til z defektamy poverkhni pid diieiu vnutrishnoho tysku. *Metody ta prylady kontroliu yakosti*, 2006. No.16. P.8-11.

20. Instruktsiia z topohrafichnoho zniattia u masshtabakh 1:5000, 1:2000;1:1000 ta 1:500: HKNTA-2.04-02-98: K.:Ukrheoinform, 1998. 155p.

21. Ratushniak H.S. Topohrafiia z osnovamy kartohrafii. K.: TsNL, 2003. 208p.