

УДК 665.7:681.2.08:532.13

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДРОСЕЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИЛАДІВ В'ЯЗКОСТІ ТА ГУСТИНИ РІДИН

Древецький В.В.

*Національний університет водного господарства та природокористування
вул. Соборна 11, м. Рівне, 33028, тел.: (0362)233 – 565, e-mail: mail@nuwm.rv.ua*

Методом комп'ютерного моделювання досліджено гідродинамічні процеси в дросельних перетворювачах різної форми при русі рідини в ламінарному та в перехідному від ламінарного до турбулентного режимах потоку. Створено узагальнену математичну модель цих процесів з урахуванням кінетики зміни фізико-механічних параметрів рідини. Встановлено аналітичні залежності перепаду тиску на дросельних перетворювачах різної форми від в'язкості і густини рідини, що протікає через них. Показано, що використання при проектуванні отриманих математичних моделей статичних характеристик дросельних перетворювачів дозволяє підвищити метрологічні характеристики гідродинамічних вимірювальних приладів.

Ключові слова: дросельний перетворювач, гідродинамічні процеси, в'язкість, густина, гідродинамічні вимірювальні прилади.

Методом компьютерного моделирования исследовано гидродинамические процессы в дросельных преобразователях различной формы при течении жидкости в ламинарном и в переходном от ламинарного к турбулентному режимах потока. Получена обобщённая математическая модель этих процессов с учётом кинетики изменения физико-механических параметров жидкости. Установлено аналитические зависимости перепада давления на дросельных преобразователях различной формы от вязкости и плотности протекающих через них жидкостей. Показано что использование при проектировании полученных математических моделей статических характеристик дросельных преобразователей позволяет повысить метрологические характеристики гидродинамических измерительных приборов.

Ключевые слова: дросельный преобразователь, гидродинамические процессы, вязкость, плотность, гидродинамические измерительные приборы.

By computer simulation the hydrodynamic processes in the throttle converters of various shapes under laminar flow and in the transition from laminar to turbulent flow are studied. The generalized mathematical model of these processes considering the kinetics of changes in physical and mechanical properties of the fluid is created. It has been defined an analytical dependence of the differential pressure drops on the throttle converters of various shapes on the viscosity and density of the fluid flowing through them.. It is shown that the application of the static characteristics of the throttle converters in design of these mathematical models improves the metrological characteristics of the hydrodynamic measurement instruments.

Key words: throttle convertor, hydrodynamic processes, viscosity, density, hydrodynamic measurement instruments.

Один із основних методів неруйнівного контролю складу і якості рідин ґрунтується на вимірюванні їхньої в'язкості та густини, які визначають властивості та характеризують структуру плинних речовин. У зв'язку з цим, кінематична в'язкість і густина займають важливе значення в системі нормованих показників нафтопродуктів, наприклад, палива для реактивних, газотурбінних і дизельних двигунів.

Відомі методи і пристрої для визначення в'язкості та густини рідин не задовільняють

вимогам практики, тому постає необхідність розроблення вимірювальних методів та засобів, що здатні забезпечувати високу чутливість і точність у різноманітних виробничих умовах. Газогідродинамічні дросельні вимірювальні перетворювачі [1, 2], які мають ряд переваг і забезпечують суміщене в часі неперервне вимірювання в'язкості та густини, можуть бути основою для автоматичних аналізаторів якості рідин та газів.

В той же час проектування газо-гідродинамічних перетворювачів проводиться

без належного теоретичного обслуговування процесів руху рідини у дроселях різної форми як в ламінарному, так і перехідному до турбулентного режимів руху. Використання спрощеного представлення статичних характеристик перетворення дроселів приводить до необхідності їх експериментального уточнення і зменшення точності вимірювання.

Задачею даного дослідження є моделювання гідродинамічних процесів в дросельних перетворювачах та визначення чинників, що впливають на їх характеристики перетворення і точність вимірювання.

Теоретичною основою процесів, що проходять в гідродинамічних дроселях при ламінарному режимі руху при числах Рейнольдса в межах від 0 до 2000 є система рівнянь гідродинаміки, яка складається з рівняння Нав'є-Стокса та рівняння неперервності потоку для стаціонарного руху рідини, яка не стискується [3]. В гідродинамічних дроселях вимірювальних систем, як правило, відбувається зміна фізико-механічних параметрів рідини. Тому при побудові математичної моделі дроселя вважаємо, що зміна густини та в'язкості рідини описується суперпозицією рівнянь дифузії та конвекції. Таким чином, система рівнянь, що описує процеси в гідродинамічному перетворювачі при вказаних значення числа Рейнольдса, набуває такого виду:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} = \nu \nabla^2 U - (U \cdot \nabla) U - \frac{1}{\rho} \nabla P, \\ \nabla U = 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = D_\rho \nabla^2 \rho - U \nabla \rho, \\ \frac{\partial \nu}{\partial t} = D_\nu \nabla^2 \nu - U \nabla \nu, \end{cases} \quad (1)$$

де ν – кінематична в'язкість рідини; P – тиск в кожній точці об'єму дроселя; t – час; U – вектор швидкості; ∇ – диференціальний оператор Гамільтона; D_ρ – ефективний коефіцієнт дифузії густини; D_ν – ефективний коефіцієнт дифузії в'язкості.

Оскільки аналітичні розв'язки системи рівнянь (1) невідомі, то для аналізу гідродинамічних процесів застосуємо метод скінченних елементів [4]. Цей метод використовується в тих випадках, коли не вдається відшукати точного або наближеного аналітичного розв'язку задачі. Основним недоліком даного методу є велика кількість простих математичних дій, що на даному етапі розвитку обчислювальної техніки є несуттєвими.

Аналіз процесів, які відбуваються в

гідродинамічному перетворювачі при ламінарному режимі руху проведемо на дроселі, що складається з камери діаметром D і довжиною L та послідовно сполученої з нею капілярної трубки діаметром d і довжиною l , осі яких суміщені (рис. 1). Оскільки гідродинамічний дросель має осьову симетрію, то з метою раціонального використання ресурсів ЕОМ розглянемо область Ω половини повздовжнього перерізу (рис. 1).

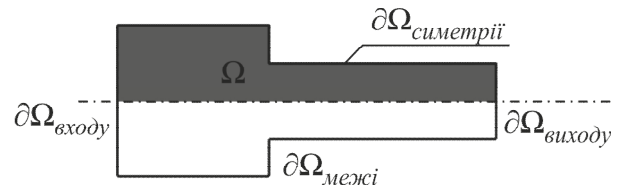


Рисунок 1 – Схема осиметричної моделі гідродинамічного дроселя

При цьому вважаємо, що проекції величин, що входять в (1) на вісь та їх похідні до другого порядку рівні нулю, в установленому режимі руху рідини радіальна і поздовжня швидкості руху не змінюються, а також є незмінними густина і в'язкість рідини в кожній точці об'єму.

Граничні умови $\partial\Omega$ на межі розрахункової області задаємо, виходячи з наступного.

Радіальна складова швидкості на осі симетрії рівна нулю, тобто

$$nU = 0 \text{ для } \partial\Omega_{\text{симетрії}}. \quad (2)$$

На вході у дросель рідина рухається вздовж його осі із швидкістю v_0 , тобто

$$U = (0, v_0) \text{ для } \partial\Omega_{\text{входу}}. \quad (3)$$

На виході з дроселя відсутня радіальна складова швидкості, а також підтримується нульове значення тиску, тобто

$$tU = 0, \quad p = 0 \text{ для } \partial\Omega_{\text{виходу}}. \quad (4)$$

Рідина біля стінок дроселя знаходиться у стані спокою, тобто

$$U = (0, 0) \text{ для } \partial\Omega_{\text{межі}}. \quad (5)$$

При проведенні комп'ютерного моделювання за допомогою програми Femlab [5] гідродинамічних процесів у дроселі, триангуляція області дослідження здійснювалась п'ятикратно шляхом її розбиття при розрахунках сіткою з трикутних елементів, кількість яких коливалась в межах від 4240 до 34326, причому густина сітки при моделюванні збільшувалась в зонах, де передбачалась інтенсивна зміна параметрів потоку.

Під час досліджень геометричні розміри

камери дроселя вибирались типовими для газогідродинамічних вимірювальних систем [1, 2]. Вони залишалися сталими і становили: діаметр 10^{-2} м, довжина $1,5 \cdot 10^{-2}$ м. Межі зміни кінематичної в'язкості встановлювались від $1 \cdot 10^{-6}$ м²/с до $2 \cdot 10^{-5}$ м²/с, що відповідає властивостям переважної більшості нафтопродуктів. Густина рідини варіювалась від 700 до 1000 кг/м³. Конструктивні розміри ламінарної трубки змінювали в найбільш раціональних межах, з точки зору конструювання вимірювальних приладів: діаметр від $0,5 \cdot 10^{-3}$ м до $2,5 \cdot 10^{-3}$ м, довжина від 0,05 до 0,25 м. Витрату рідини змінювали у капілярній трубці у всьому діапазоні ламінарного потоку рідини для чисел Рейнольдса від 1 до 2000.

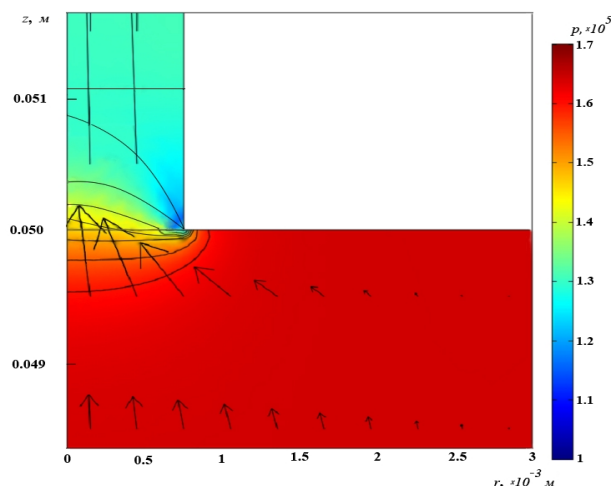
За допомогою комп'ютерного моделювання шляхом багатофакторного експерименту було здійснено 105 розрахунків залежності перепаду тиску на гідродинамічному дроселі від зміни геометричних, фізико-хімічних і гідродинамічних параметрів.

Розглянемо результати одного з варіантів розрахунку для рідини з кінематичною в'язкістю 10^{-5} м²/с, густиною 850 кг/м, яка протікає у циліндричній трубці діаметром $1,5 \cdot 10^{-3}$ м і довжиною 0,15 м.

В результаті розрахунку отримано розподіл тисків та швидкостей рідини в об'ємі дроселя, (рис. 2).

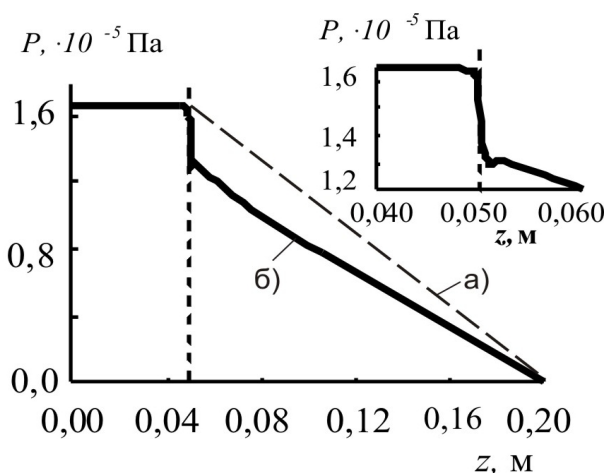
Розподіл тиску в зоні переходу з камери у трубку (рис. 2) показує, що в камері на відстані $5 \cdot 10^{-3}$ м від межі камера – трубка відбувається перерозподіл тиску у радіальному напрямку. При вході рідини у трубку відбувається її гальмування біля стінок трубки, яке супроводжується нерівномірним розподілом тиску у радіальному напрямі. На відстані від цієї межі приблизно $1 \cdot 10^{-2}$ м в зоні трубки відбувається вирівнювання тиску в поперечному перерізі, що вказує на формування ламінарного режиму руху.

Розподіл тиску вздовж осі дроселя (рис. 3) показує, що рух рідини в об'ємі камери відбувається без помітного зменшення тиску. В той же час, на вході у трубку, рух характеризується екстремальним падінням тиску, яке, очевидно, обумовлене процесом переходу рідини з одного квазістаціонарного стану у інший. В області трубки, на віддалі приблизно $4 \dots 6 \cdot 10^{-2}$ м від її початку, відбувається монотонне зменшення тиску.



суцільні лінії – ізолінії тиску; стрілки – швидкості руху рідини

Рисунок 2 – Схема розподілу тиску в зоні переходу камера – трубка гідродинамічного дроселя



а)- за Пуазейлем; б)- за результатами досліджень

Рисунок 3 – Схема розподілу тиску вздовж осі гідродинамічного дроселя

Із аналізу отриманих результатів, впливає, що загальне падіння тиску P_0 на дроселі представляє суперпозицію двох спадів тиску:

$$P_0 = P_1 + P_2, \quad (6)$$

де P_1 – падіння тиску через зміну квазістаціонарного стану рідини при переході з камери у трубку, так званий „вхідний” ефект; P_2 – падіння тиску за рахунок в'язкого тертя рідини у трубці.

Розподіл швидкості зміни тиску $\partial P/\partial z = f(z)$ вздовж осі дроселя (рис. 4) вказує на максимальне падіння тиску на межі камера – трубка. Оскільки на віддалі 10^{-3} м від початку трубки градієнт тиску вздовж осі дроселя змінює свій знак, то це означає, що в цій зоні утворюється розрідження. Дане явище дістало назву “вхідного” ефекту. Далі, при входженні в трубку відбувається збільшення тиску. На відстані $50 \cdot 10^{-3}$ м від межі камера-трубка, знову починається рівномірне падіння тиску, тобто закінчується дія „вхідного” ефекту і починається рівномірне падіння тиску за рахунок в’язкого тертя рідини.

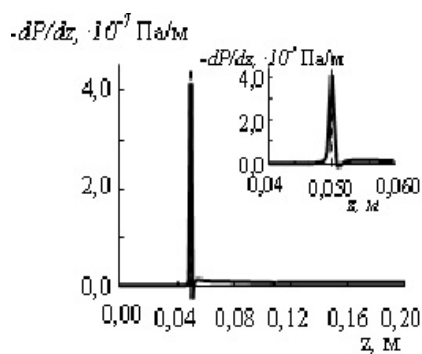


Рисунок 4 – Розподіл швидкості зміни тиску вздовж осі дроселя та в області переходу камера-трубка

Для встановлення закономірностей розглянутого гідродинамічного процесу у дросельному елементі скористаємось теоремою аналізу розмірностей (III-теоремою), яка ґрунтується на принципі, що всі фізичні закони завжди можна виразити у виді, який не залежить від вибраної системи одиниць [6].

Враховуючи, що спад тиску на гідродинамічному дроселі P_0 є сумою двох спадів тиску P_1 і P_2 , розглянемо спочатку закономірності, що описують процес зменшення тиску за рахунок зміни квазістаціонарного стану рідини при переході з камери у трубку. Припустимо, що падіння тиску P_1 , яке зв’язане з переходом потенціальної енергії потоку в кінетичну, залежить від об’ємної витрати рідини Q , густини ρ та діаметра трубки дроселя d . Тоді ця залежність згідно III-теорему повинна мати вигляд

$$P_1 = \frac{\epsilon \text{Re}^2 v^2 \rho}{d^2}, \quad (7)$$

де ϵ – постійна; Re – число Рейнольдса.

За аналогією, встановимо аналітичний вираз,

що описує спад тиску P_2 , який зумовлений в’язким тертям рідини у трубці дроселя. Припустимо, що зазначене падіння тиску P_2 (яке зв’язане з формуванням ламінарного потоку рідини) залежить від її об’ємної витрати, довжини трубки дроселя l , її діаметру d та динамічної в’язкості μ даної рідини.

Після перетворень і введення критерія подібності гідродинамічних потоків Re , отримаємо, що

$$P_2 = \frac{a l \text{Re} v^2 \rho}{d^3}, \quad (8)$$

де a – постійна.

Шляхом проведення методом комп’ютерного моделювання класичного багатофакторного експерименту нами визначено в якій мірі впливають ті чи інші значення в’язкості і густини рідини, з урахуванням (7) і (8), на падіння тиску в гідродинамічному дроселі при умові незмінності інших параметрів. Одночасно з’ясовано також вплив геометричних розмірів дроселя на процеси перетворення енергії в зоні переходу рідини з камери у трубку.

На основі проведених досліджень знайдено загальний коефіцієнт регресії b у рівнянні (7), шляхом визначення його середнього значення і довірчої похибки з використанням критерія Стьюдента при довірчій ймовірності $\alpha = 0,95$ і числі ступенів вільності $n = 3$. Він дорівнює $b = 0,92 \pm 0,0084$.

Загальний коефіцієнт регресії a визначено аналогічно, як його середнє значення і довірчу похибку при числі ступенів вільності $n = 4$. Він має таке значення: $a = 34,39 \pm 0,83$ при $\alpha = 0,95$.

Таким чином, на основі проведеного багатофакторного експерименту встановлено, що падіння тиску на гідродинамічному дроселі в досліджуваному діапазоні параметрів при ламінарному режимі руху описується рівнянням регресії виду:

$$P_0 = \hat{a} \frac{\text{Re}^2 v^2 \rho}{d_r^2} + a \frac{l \text{Re} v^2 \rho}{d_r^3}, \quad (9)$$

де при $\alpha = 0,95$; $b = 0,92 \pm 0,0084$; $a = 34,39 \pm 0,83$.

Отримане на основі комп’ютерного експерименту рівняння регресії (9) зв’язує рівні факторів з виходом гідродинамічного процесу в визначеній області поверхні відгуку.

Виконаємо порівняння точності результатів розрахунку падіння тиску на гідродинамічному дроселі по встановленій регресійній залежності (9) і рівнянні Паузейля з поправками Гагенбаха

(m) і Куєтта (n) [7]. Слід відмітити, що значення m , по даним різних авторів змінюється в межах від $1/\sqrt{2}$ до 3,31, а значення n від 0 до 6.

Результати розрахунків падіння тиску, що виконані на основі (9) і рівняння Пуазейля з вказаними поправками для різних значень m і n , на дросельному елементі з типовими для вимірювальних перетворювачів розмірами – діаметром $d = 1,1 \cdot 10^{-3}$ м і довжиною $l = 0,0174$ м, при кінематичній в'язкості рідини, що змінюється від 10^{-6} до $10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, густині $\rho = 756 \text{ кг}/\text{м}^3$ та витраті $Q = 1,27 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$, представлені на рис. 5.

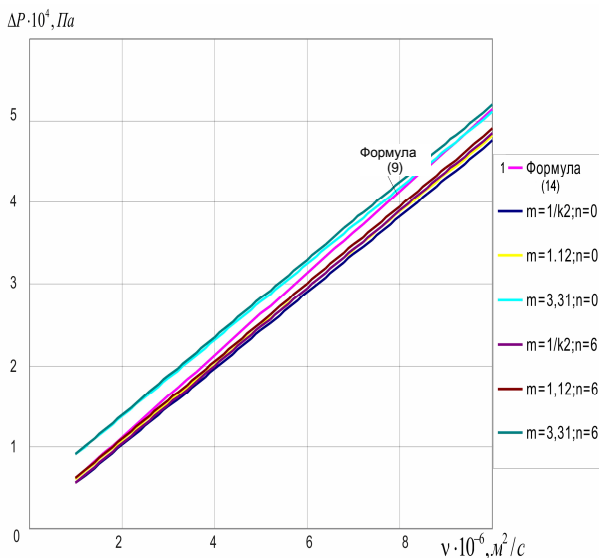


Рисунок 5 – Залежність падіння тиску на гідродинамічному дроселі від кінематичної в'язкості рідини

Проведений аналіз показує, що в залежності від вибраного при розрахунках значення m і n , результати визначення величини падіння тиску на гідродинамічному дроселі по формулі Пуазейля утворюють сімейство прямих з відхиленнями, які досягають до 30%, особливо в зоні малих в'язкостей рідини. Регресійне рівняння (9) більш точно описує гідродинамічний процес в дросельному елементі при ламінарному русі рідини, причому відносна похибка розрахунків менша, ніж по формулі Пуазейля в залежності від діапазону зміни кінематичної в'язкості на 1...5%.

При аналізі процесу взаємодії рідини з дросельним перетворювачем в перехідному від ламінарного до турбулентного ($2000 < Re < 5000$) режимі руху рідини використано рівняння Нав'є – Стокса з урахуванням гіпотези Бусинеска про появу додаткової турбулентної складової в'язкості [8]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \left(\nu + C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \nabla^2 U - (U \cdot \nabla) U - \frac{1}{\rho} \nabla P, \quad (10)$$

де k – кінетична енергія турбулентності; ε – швидкість дисипації турбулентної енергії; C_{μ} – константа моделі.

Величину турбулентної в'язкості розраховували на основі низькорейнольдсової двопараметричної k – ε –моделі, що враховує вплив в'язкості на характеристики в зоні стінки і згідно якої кінетика зміни параметрів описується запропонованим А.Н. Колмогоровим і Прандтлем – Вигхардтом градієнтним механізмом турбулентної дифузії [4]. Використання диференціальних рівнянь для визначення характеристик турбулентності дозволяє врахувати конвективне і дифузійне перенесення турбулентності та її появу за рахунок зсувних деформацій осередненої течії і дисипацію за рахунок сил в'язкості:

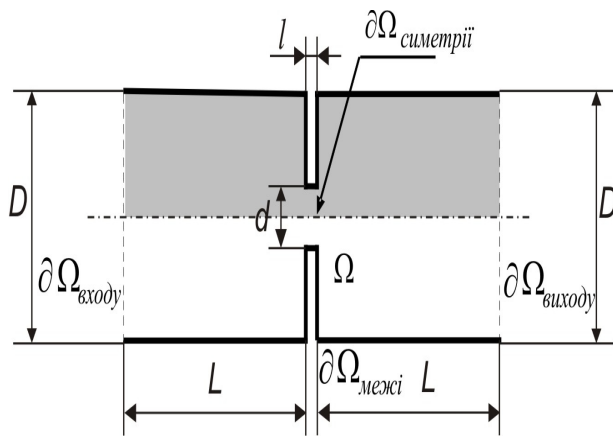
$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial k}{\partial t} = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{C_{\mu} k^2}{\sigma_k \varepsilon} \right) \nabla k \right] + C_{\mu} \frac{k^2}{2\varepsilon} (\nabla U)^2 - \varepsilon - U \nabla k, \quad (11)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{C_{\mu} k^2}{\sigma_{\varepsilon} \varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{\varepsilon} \frac{k}{2} (\nabla U)^2 - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} - U \nabla \varepsilon, \quad (12)$$

де $C_{\mu} = 0,09$ – константа, яка враховує вплив в'язкості; $C_{\varepsilon 1} = 1,44$ – константа, яка враховує швидкість дисипації енергії; $C_{\varepsilon 2} = 1,92$ – константа, яка враховує швидкість дисипації енергії; $\sigma_k = 0,9$ – константа, яка враховує кінетичну енергію турбулентності; $\sigma_{\varepsilon} = 1,3$ – константа, яка враховує швидкість дисипації турбулентної енергії.

Для розв'язування рівнянь (10) ÷ (12) прийнято граничні умови, виходячи з наступних припущень: радіальна складова швидкості на осі симетрії дорівнює нулю; на вході у дросель, рідина рухається вздовж його осі з швидкістю v_0 , а значення енергії та дисипація енергії підтримується постійним; на виході з дроселя відсутня радіальна складова швидкості, підтримується нульове значення тиску та постійне значення енергії й дисипації енергії вздовж його осі; розподіл швидкості рідини біля внутрішньої поверхні дроселя описується логарифмічною функцією, а кінетична енергія та дисипація енергії є функціями тангенціальної до поверхні складової швидкості.

Враховуючи осьову симетрію, розглядали лише половину розрізу гідродинамічного дроселя (рис.6).



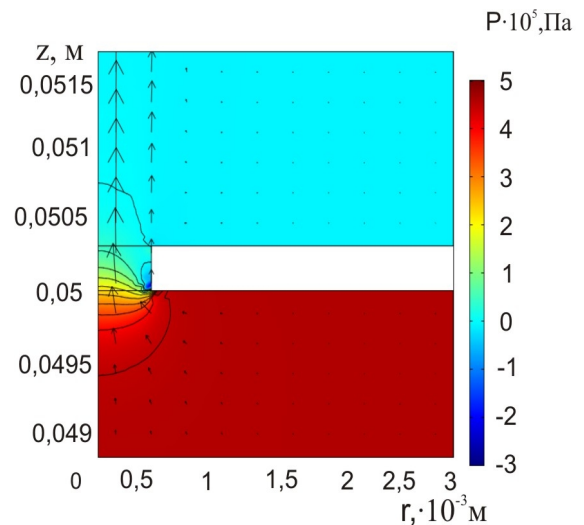
1,3 - камери; 2 - коротка трубка (діафрагма);
D, L - діаметр і довжина вхідної і вихідної камер;
d, l - діаметр і довжина короткої трубки (діафрагми), відповідно

Рисунок 6 - Осесиметрична модель турбулентного дроселя

Розв'язки рівнянь математичної моделі (10) ÷ (12) турбулентного дроселя отримано п'ятикратно методом скінчених елементів шляхом почергового розбиття області досліджень сіткою з трикутних елементів, кількість яких змінювалася від 4224 до 9856. Геометричні розміри вхідної і вихідної камер залишались незмінними: діаметр 10^{-2} м і довжина $1,5 \cdot 10^{-2}$ м. Геометричні розміри короткої трубки (діафрагми) для двадцять однієї моделі змінювали в межах характерних для вимірвальних гідродинамічних схем: діаметр від $0,5 \cdot 10^{-3}$ м до $1,5 \cdot 10^{-3}$ м, довжину від $0,1 \cdot 10^{-3}$ м до $0,5 \cdot 10^{-3}$ м. При цьому кінематичну в'язкість змінювали від 10^{-6} м²/с до $2 \cdot 10^{-5}$ м²/с і густину в діапазоні від 700 кг/м³ до 1000 кг/м³. Витрату рідини варіювали таким чином, щоб у трубці Re потоку змінювалось від 2000 до 10000, а в камері від 200 до 2500.

Результати розв'язку одного з варіантів математичної моделі для рідини з кінематичною в'язкістю $1 \cdot 10^{-5}$ м²/с та густиною 850 кг/м³ для руху при числі Рейнольдса 6000 у дроселі з діаметром $0,9 \cdot 10^{-3}$ м та довжиною $0,3 \cdot 10^{-3}$ м наведено на рис. 7.

Як впливає з результатів досліджень, рух рідини в об'ємі камери не супроводжується помітним зменшенням тиску. В зоні переходу з



суцільні лінії - ізолінії тиску,
стрілки - швидкості руху рідини

Рисунок 7 - Розподіл тиску та швидкостей руху рідини в області переходу камера - трубка турбулентного дроселя

камери у трубку довжиною $0,5 \cdot 10^{-3}$ м відбувається перерозподіл тиску у радіальному напрямку, що викликає його зменшення вздовж осі симетрії дроселя. При цьому найбільше зменшення тиску спостерігається в зоні переходу з камери у трубку.

На рис. 8 показано розподіл зміни тиску вздовж осі симетрії дроселя при переходному від ламінарного до турбулентного режиму руху. Встановлено, що максимальне зменшення тиску відбувається при проходженні рідини через трубку. В той же час при виході з трубки у камеру утворюється розрідження.

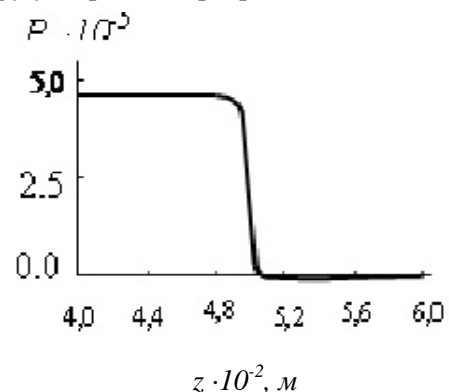


Рисунок 8 - Розподіл тиску P вздовж осі z турбулентного дроселя

Встановлено, що швидкість зміни тиску набуває максимального значення при проходженні через трубку (рис. 9).

Встановимо, використовуючи III-теорему, яким закономірностям підлягає процес протікання рідини через розглянутий дросель в режимі перехідному від ламінарного до турбулентного. Вважаємо, що різка зміна швидкостей потоку та значень тиску в об'ємі дроселя, як це видно з рис. 8, приводить до падіння тиску P в залежності від витрати рідини Q , густини ρ та внутрішнього діаметру короткої трубки d .

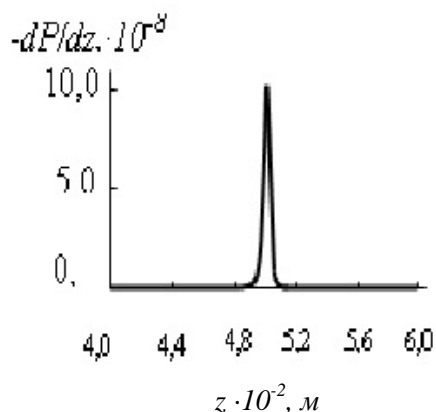


Рисунок 9 - Розподіл зміни тиску P вздовж осі z турбулентного дроселя

Ця залежність, згідно основної формули теорему аналізу розмірностей, повинна мати вид

$$P = cQ^\alpha \rho^\beta d^\gamma, \quad (13)$$

де c – постійна, яка можливо залежить від співвідношення розмірів вхідної, вихідної камер і отвору дроселя, або є функцією певних безрозмірних комплексів, наприклад, числа Рейнольдса.

Формула розмірностей має вид $\dim(P) = \dim(Q^\alpha \rho^\beta d^\gamma)$.

Враховуючи, що $\dim(P) = MT^{-2}L^{-2}$, $\dim(Q) = L^3T^{-1}$, $\dim(\rho) = MT^{-2}L^{-3}$ і $\dim(d) = L$, після перетворень, отримаємо, що $\alpha = 2$; $\beta = 1$ і $\gamma = -4$.

Таким чином (13) буде таким:

$$P = cQ^2 \rho d^{-4}. \quad (14)$$

Ввівши в (14) безрозмірний комплекс Re , який визначає гідродинамічну подібність потоку рідини, отримаємо, що на розглянутому короткому гідродинамічному дроселі фізичні процеси протікання рідини повинні аналітично описуватись наступним виразом:

$$P = \frac{c Re v^2 \rho}{d^2}. \quad (15)$$

При отриманні аналітичного виразу для рівняння регресії, що описує падіння тиску на діафрагмі вважаємо, що він згідно (15) залежить від її діаметру d , числа Рейнольдса потоку і фізико-хімічних параметрів рідини, зокрема густини ρ та кінематичної в'язкості ν , тобто

$$P = f(c_d d; c_{Re} Re; c_\nu \nu; c_\rho \rho), \quad (16)$$

де c_d , c_{Re} , c_ν і c_ρ – коефіцієнти регресії, що зв'язують падіння тиску в відповідних факторах d , Re , ν та ρ .

Оцінку характеру впливу такого фактору, як діаметр дроселя на падіння тиску проведено шляхом дослідження функціональної залежності між вказаними величинами.

Аналіз результатів розрахунку залежності зміни тиску P від діаметру трубки показав, що її можна описати наступною аналітичною залежністю

$$P = 3,377 \cdot d^{-2}. \quad (17)$$

Зміна числа Рейнольдса потоку в діапазоні від 2000 до 10000 зумовлює зміну тиску у трубці, яка описується наступним виразом:

$$P = 0,115 \cdot Re^2. \quad (18)$$

Вплив кінематичної в'язкості ν на перепади тиску для рідини густиною $\rho_0 = 850 \text{ кг/м}^3$, визначали шляхом її варіювання в межах від $1 \cdot 10^{-6}$ до $20 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ при числі Рейнольдса 6000.

Інтерполяція взаємозв'язку тиску P з даним фізико-хімічним параметром ν описується квадратичною залежністю виду:

$$P = 4,143 \cdot 10^{16} \cdot \nu^2. \quad (19)$$

Вплив густини на падіння тиску у трубці визначали при її зміні від 700 до 1000 кг/м^3 для течії рідини при числі Рейнольдса 1000 і кінематичній в'язкості $10 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

Залежність падіння тиску від густини описується лінійною функцією виду:

$$P = 4,877 \cdot 10^3 \cdot \rho. \quad (20)$$

Отже, з урахуванням співвідношень (17÷20) рівняння регресії (16) набуває виду:

$$P = c d^{-2} Re^2 \nu^2 \rho, \quad (21)$$

де c – загальний коефіцієнт регресії ($c = \bar{c} \pm \varepsilon$); \bar{c} – середнє значення коефіцієнтів регресії c_i ; ε – довірча похибка коефіцієнта регресії.

Загальний регресійний коефіцієнт C знаходимо шляхом визначення його середнього значення і довірчої похибки з використанням критерію Стюдента при числі степенів вільності $n=3$ і $\alpha=0,95$ і він дорівнює $c = \bar{c} \pm \varepsilon = 1,10 \pm 0,062$.

Таким чином встановлено, що падіння тиску на короткій трубці (діафрагмі) в досліджуваному діапазоні параметрів при переходному від ламінарного до турбулентного режимі руху рідини описується регресійним рівнянням виду:

$$P = c \frac{\text{Re}^2 v^2 \rho}{d^2}, \quad (22)$$

де $c = 1,10 \pm 0,062$ при $\alpha = 0,95$.

Проведемо порівняння точності аналітичного опису гідродинамічних процесів в дроселі регресійним рівнянням по відношенню до рівняння Бернуллі [9]:

$$\Delta P = \frac{8\rho Q^2}{\pi^2 d^2 \alpha^2}, \quad (23)$$

де ΔP – перепад тиску на звужуючому пристрої; Q – витрата рідини через нього; d – діаметр отвору звужувального пристрою; α – коефіцієнт витрати.

Значення коефіцієнта витрати α в області малих чисел Рейнольдса (ламінарний і перехідний до турбулентного режимів руху) встановлено з недостатньою точністю. Згідно експериментальних даних [9] коефіцієнт витрати зм

інюється в залежності від числа Рейнольдса і дорівнює: 0,7 при $Re=500$; 0,66 при $Re=1000$; 0,62 при $Re=2000$ та 0,61 при $Re=4000..6000$.

Результати розрахунків перепаду тиску на типовому для вимірювальних схем дроселі з внутрішнім діаметром $9 \cdot 10^{-3}$ м і довжиною $3 \cdot 10^{-3}$ м при протіканні через нього рідини з об'ємною витратою, що змінюється від $1 \cdot 10^{-6}$ до $10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$ та густиною $850 \text{ кг}/\text{м}^3$ і кінематичною в'язкістю $10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ представлені на рис. 10.

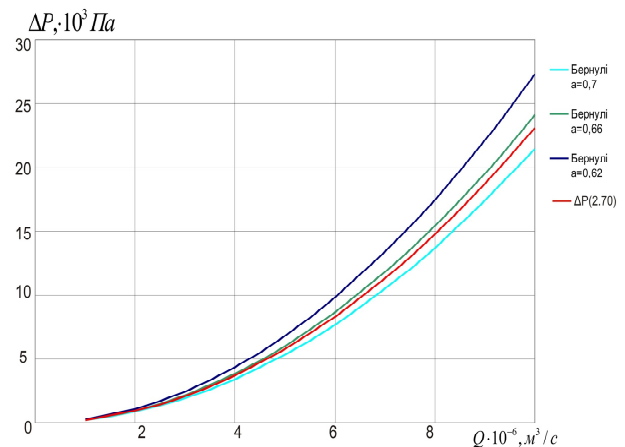


Рисунок 10 – Залежність падіння тиску на гідродинамічному дроселі від витрати рідини

Аналіз досліджень показує, що для різних значень коефіцієнта витрати α у рівнянні (23) перепад тиску на дроселі, в залежності від величини витрати рідини, утворює сімейство кривих характер зміни яких співпадає. Ця ж залежність, що розрахована на основі рівняння (22) збігається за своїм видом з сімейством кривих розрахованих по рівнянню Бернуллі і є усереднюючою між останніми. В зв'язку з цим, можна стверджувати, що регресійне рівняння (22) точніше на 4,3%...7,2% описує гідродинамічні процеси при течії рідини в дроселі в переходному від ламінарного до турбулентного режиму потоку, ніж рівняння Бернуллі. Крім того, рівняння (22) є універсальним для діапазону зміни числа Рейнольдса потоку рідини в отворі гідродинамічного дроселя від 2000 до 10000 (в камерах дроселя – від 60 до 3300), що значно спрощує інженерні розрахунки гідродинамічних вимірювальних схем.

ВИСНОВКИ

В результаті проведеного моделювання гідродинамічних процесів в дросельних перетворювачах різної геометричної форми, при течії рідини в ламінарному ($Re < 2000$) та переходному ($2000 < Re < 6000$) режимах, отримано аналітичні вирази їх статичних характеристик перетворення, які рекомендуються для розрахунку та конструювання гідродинамічних вимірювальних приладів в'язкості і густини ньютонівських рідин. Вказані аналітичні залежності можуть бути використані для аналізу гідродинамічних процесів в трубах змінного січення інженерних водопровідних і технологічних мереж.

1. Теплюх З.М. Гідродинамічні дросельні методи та пристрої аналізу і синтезу газових сумішей: автореф. дис. на здобут. наук. ступеня докт. техн. наук: спец. 05.11.13 «Прилади і методи контролю та визначення складу речовин» / З.М. Теплюх.- Львів, 2005.- 35 с. 2. Древецький В.В. Математична модель вимірювальної системи в'язкості і густини авіаційних палив./ В.В.Древецький // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2007.– № 7/43.– С. 187–191. 3. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т. VI. Гидромеханика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: наука, 1986-736 с. 4. Кольман В. Методы расчета турбулентных течений / В. Кольман В. – М.: Мир, 1984. – 464 с. 5. Consol 3.I. Femlab. [електронний ресурс] / <http://femlab.narod.ru/index.htm>. 6. Бурдун Г. Д. Основы метрологии / Г. Д. Бурдун, Б. Н. Марков. – М.: Издательство стандартов. – 1975. – 335 с. 7. Me Hugh Z.W. End correction in Capillary flow of polumer melts with honzero exit pressures / Z.W. Me Hugh, T.R. Harrell, I.W. Powelle, R.P. Chartoff// Frans. Soc. Rheol, 16, № 2, 1972. – S. 371-384. 8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Издательство стандартов, 1985. – 85 с. 9. Пістун Є. Нормування витратомірів змінного перепаду тиску/Є.Пістун,Л.Лесовий.-Львів.:ЗАТ „Інститут енергоаудиту та обліку енергоресурсів”, 2006.-570 с.

Поступила в редакцію 22.11.2012р.

**Рекомендував до друку докт. техн. наук,
проф. Кісіль І. С.**