

МЕТОДИ І ПРИЛАДИ ВИМІРЮВАННЯ ВИТРАТИ РІДКОЇ І ГАЗОПОДІБНОЇ ФАЗ

УДК 691.3.07

DOI: 10.31471/1993-9981-2021-1(46)-33-42

МОДЕЛЮВАННЯ КВАЗІСТАТИКИ ПРОЦЕСУ УТВОРЕННЯ РІДИННОГО МЕНІСКА ТИПУ "ВИСЯЧА КРАПЛЯ"

О. Г. Малько, О. В. Кучмистенко, М. В. Шавранський, Т. О. Ваврик, О. С. Царева

Інститут інформаційних технологій, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15; e-mail: pta@nuing.edu.ua

Розроблена математична модель опису капілярної поверхні типу висяча крапля у вигляді системи нелінійних диференціальних рівнянь п'ятого порядку, що відповідає п'яти геометричним характеристикам меніска: відстань від вісі меніска до заданої точки на капілярній поверхні, відстані від площини нормальній до поверхні меніска в омбілічній точці до заданої точки на капілярній поверхні, кут між віссю симетрії і нормаллю до капілярної поверхні у заданій точці, площа і об'єм капілярної поверхні обмеженої зрізом горизонтальної площини що проходить через задану точку. Шляхом приведення до безрозмірної форми рівняння вдалося звести до одного задаючого параметра - приведеної гаусівської кривизни в омбілічній точці. Чисельний розв'язок отриманої моделі з наступним приведенням геометричних і фізичних характеристик капілярної поверхні до радіуса капіляра дав можливість змоделювати квазістатичну послідовність поверхонь меніска. Це дало можливість сформувати методологічну базу визначення статичних і динамічних поверхневих характеристик поверхонь розділу фаз. Також моделювання квазістатики утворення меніска дало можливість з високою точністю визначити значення характеристик меніска у екстремальних випадках, таких як момент максимального тиску у меніску і момент відриву від торця капіляра. Це є методологічним підґрунтям таким відомим методів визначення поверхневих характеристик як метод максимального тиску у меніску та сталагмометричний метод. Також, якщо інтерпретувати отримані результати як квазістатику зміни параметрів висячої краплі розчину поверхнево-активних речовин (висячого пухирця) при сталому об'ємі можна визначити динаміку зміни поверхневого натягу. Чисельний розв'язок системи диференціальних рівнянь та інтерпретація отриманих табульованих результатів проведений у середовищі MathWorks MATLAB, що дало можливість сформувати багаторівневі систематизовані масиви даних капілярних поверхонь які в можуть бути базовими при подальшій інтерпретації в залежності від поставленої задачі.

Ключові слова: висяча крапля, квазістатика, меніск

Разработана математическая модель описания капиллярной поверхности типа висящая капля в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений пятого порядка, что соответствует пяти геометрическим характеристикам мениска: расстояние от оси мениска до заданной точки на капиллярной поверхности, расстояния от плоскости нормальной к поверхности мениска в омбилической точке к заданной точке на капиллярной поверхности, угол между осью симметрии и нормали к капиллярной поверхности в заданной точке, площадь и объем капиллярной поверхности ограниченной срезом горизонтальной плоскости проходящей через заданную точку. Путем приведения к безразмерной формы уравнения удалось свести к одному задающего параметра - приведенной гауссовской кривизны в омбилической точке. Численное решение полученной модели с последующим приведением геометрических и физических характеристик капиллярной поверхности до радиуса капилляра дал возможность смоделировать квазистатическая последовательность поверхностей мениска. Это позволило сформировать методологическую базу определения статических и динамических поверхностных характеристик поверхностей раздела фаз. Также моделирования квазистатики образования мениска позволило с высокой точностью определить значения характеристик мениска в экстремальных случаях, таких как момент максимального давления в мениске и момент отрыва от торца капилляра. Это методологическим основанием таким известным методов определения поверхностных характеристик как метод максимального давления в мениске и сталагмометричный метод. Также, если интерпретировать полученные результаты как квазистику изменения параметров висячей капли раствора поверхностно-активных веществ (висячего пузырька) при постоянном объеме можно определить динамику

изменения поверхностного натяжения. Численное решение системы дифференциальных уравнений и интерпретация полученных табулированных результатов проведен в среде MathWorks MATLAB, что позволило сформировать многоуровневые систематизированные массивы данных капиллярных поверхностей которые в могут быть базовыми при дальнейшей интерпретации в зависимости от поставленной задачи.

Ключевые слова: висячая капля, квазистатика, мениск.

A mathematical model has been developed for describing a capillary surface of the hanging drop type in the form of a system of fifth-order nonlinear differential equations, which corresponds to five geometric characteristics of the meniscus: the distance from the meniscus axis to a given point on the capillary surface, the distance from the plane normal to the meniscus surface at an umbilical point to a given point on capillary surface, the angle between the axis of symmetry and the normal to the capillary surface at a given point, the area and volume of the capillary surface bounded by a cut of the horizontal plane passing through a given point. By reducing the equation to a dimensionless form, it was possible to reduce to one setting parameter - the reduced Gaussian curvature at the umbilical point. The numerical solution of the obtained model with the subsequent reduction of the geometric and physical characteristics of the capillary surface to the radius of the capillary made it possible to simulate a quasi-static sequence of the meniscus surfaces. This made it possible to form a methodological basis for determining the static and dynamic surface characteristics of interfaces. Also, modeling the quasi-statics of meniscus formation made it possible to determine with high accuracy the values of the characteristics of the meniscus in extreme cases, such as the moment of maximum pressure in the meniscus and the moment of separation from the end of the capillary. This is the methodological basis for such well-known methods for determining surface characteristics as the method of maximum pressure in the meniscus and the stalagmometric method. Also, if the obtained results are interpreted as a quasi-statics of changes in the parameters of a hanging drop of a solution of surfactants (hanging bubble) at a constant volume, it is possible to determine the dynamics of changes in surface tension. The numerical solution of the system of differential equations and the interpretation of the obtained tabulated results was carried out in the MathWorks MATLAB environment, which made it possible to form multilevel systematized data arrays of capillary surfaces, which can be basic for further interpretation, depending on the task at hand.

Key words: hanging drop, quasi-statistics, meniscus.

Питання капілярних явищ цікавило людство вже давно. Особливо важливою була можливість їх застосування у промисловості та народному господарстві. Детально дані властивості міжфазних поверхонь були досліджені ще у минулому столітті Лапласом і Юнгом. Ними був математично промодельований сам процес утворення міжфазних поверхонь. Але із-за складності математичних обрахунків та невисокого рівня технологій дані дослідження так і не були впроваджені на практиці.

Проте, на даний час наука і техніка сягнула значного рівня, що зробило актуальним питання використання міжфазних поверхонь. А можливість використання ЕОМ дало змогу значно прискорити вирішення знайдених математичних моделей. Тому, технічним завданням до дипломного проекту обрано математичне моделювання росту рідинних менисків та розробка методології визначення параметрів об'єкту моделювання.

Предметом застосування є визначення поверхневого натягу. Поверхнево-активні властивості мають більшість органічних сполук

(поверхнево-активні речовини - ПАР): спирти, кислоти, аміни, гідроперекиси, кетони, ефіри, солі карбонових кислот та ін [1]. Таким чином, інформація про вміст у воді ПАР може також служити інтегральною оцінкою ступеня її чистоти на предмет органічних включень. Одним з поширених на теперішній час є методи, засновані на аналізі форми краплі або бульбашки, а також сталогометричний метод, який базується на зважуванні висячих крапель у момент відриву.

Однак, розгляд динаміки процесу утворення міжфазних поверхонь є досить важкою і в деяких випадках аналітично не вирішуваною задачею. Проте, як з'ясувалося, для математичного опису досліджуваного об'єкта, необов'язково розглядати зміну мениска в часі. Цілком достатньо розглянути квазистатичний процес росту менисків, який уже не містить зміни часу при описі поверхневих характеристик.

Результатом цього моделювання буде визначення робочих залежностей поверхневих характеристик. На основі отриманих значень складаються табульовані функції приведених

(безрозмірних) значень як фізичних так і геометричних параметрів. Це дасть змогу при знайденому одному з параметрів (наприклад тиску) оцінити усі інші, і тим самим охарактеризувати дану поверхню.

Огляд методів висяча крапля

Міжфазна тензометрія вивчає явище поверхневого натягу. Поверхневий натяг - термодинамічна характеристика поверхні поділу двох середовищ, що знаходяться в рівновазі фаз, обумовлена роботою оборотного ізотермокінетического утворення одиниці площі цієї поверхні поділу за умови, що температура, обсяг системи і хімічні потенціали всіх компонентів в обох фазах залишаються постійними.

Поверхневий натяг має подвійний фізичний зміст - енергетичний (термодинамічний) і силовий (механічний). Енергетичне (термодинамічне) визначення: поверхневий натяг - це питома робота збільшення поверхні при її розтягуванні за умови сталості температури. Силове (механічне) визначення: поверхневий натяг - це сила, що діє на одиницю довжини лінії, яка обмежує поверхню рідини.

Сила поверхневого натягу спрямована по дотичній до поверхні рідини, перпендикулярно до ділянки контуру, на який вона діє і пропорційна довжині цієї ділянки. Коефіцієнт пропорційності - сила, яка припадає на одиницю довжини контуру - називається коефіцієнтом поверхневого натягу. Він вимірюється в ньютонх на метр. Але більш правильно дати визначення поверхневого натягу, як енергії (Дж) на розрив одиниці поверхні (м^2). У цьому випадку з'являється ясний фізичний зміст поняття поверхневого натягу.

У 1983 році було доведено теоретично і підтверджено даними з довідників, що поняття поверхневого натягу рідини однозначно є частиною поняття внутрішньої енергії (хоча і специфічною: для симетричних молекул близьких за формою до кулястих). Наведені в цій журнальній статті формули дозволяють для деяких речовин теоретично розраховувати значення поверхневого натягу рідини за іншими фізико-хімічними властивостями, наприклад, по теплоті пароутворення або по внутрішньої енергії.

Поверхневий натяг може бути на кордоні газоподібних, рідких і твердих тіл. Зазвичай

мається на увазі поверхневий натяг рідких тіл на кордоні «рідина - газ». У разі рідкої поверхні розділу поверхневий натяг правомірно також розглядати як силу, що діє на одиницю довжини контуру поверхні і яка прагне скоротити поверхню до мінімуму при заданих обсягах фаз.

У загальному випадку прилад для вимірювання поверхневого натягу називається тензіометр.

Одними з основних методів, що застосовуються в міжфазній тензіометрії, є методи лежачої та висячої краплі.

Творцями методу висячої краплі прийнято вважати Ендреса, Хаусера і Такера [2], які з аналізу профілю висячої краплі вперше отримали значення поверхневого натягу з достатньою точністю. Раніше подібні, але невдалі спроби здійснювались низкою авторів, в тому числі Уортінгтоном [3] і Фергюсоном [4].

В роботі [2] використовувались висячі краплі з екватором, на профілю яких виміряли екваторіальний діаметр $2x_e$ і діаметр $2x_{(m)}$ на відстані mx_e (при $m=2$) від вершини краплі, як зображено на рис. 1.

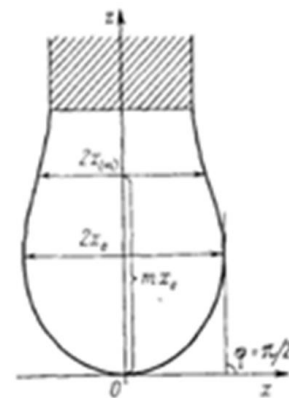


Рисунок 1 – Профіль висячої краплі[2]

Процедура обчислення σ в залежності $1/4cx_e^2$ від $x_{(m)}/x_e$ (остання величина знаходиться з експерименту). Ця залежність була знайдена емпіричним шляхом, а саме з незмінних діаметрів $2x_e$ і $2x_{(m)}$ для різних по розміру і формі крапель води. При цьому величина $x_{(m)}/x_e$ варіювалась від 0,7 до 1.

В більш пізніх роботах отримання залежності $1/4cx_e^2$ від $x_{(m)}/x_e$ також для $m = 2$ здійснювалось вже на основі інтегрування диференціального рівняння

$$\frac{d\varphi}{d(\frac{x}{b})} + \frac{\sin \varphi}{\frac{x}{b}} = 2 + \beta(\frac{z}{b})$$

в безрозмірному вигляді. Точність отриманих даних була вище, більше того, охоплювалась ширша область зміни $x_{(m)}/x_e$.

Мисак [5] на основі табличних залежностей $1/4cx_e^2$ від $x_{(m)}/x_e$ (для $m=2$) отримав набір апроксимаційних формул, кожна з яких добре працює в інтервалі:

$$T = \left(\frac{0,32720}{S^{2,56651}} \right) - 0,97553S^2 + 0,84059S - 0,18069$$

(для $0,401 \leq S \leq 0,46$)

$$T = \left(\frac{0,31968}{S^{2,59725}} \right) - 0,46898S^2 + 0,50059S - 0,13261$$

(для $0,46 \leq S \leq 0,59$)

$$T = \left(\frac{0,31522}{S^{2,62435}} \right) - 0,11714S^2 + 0,14756S - 0,05282$$

(для $0,59 \leq S \leq 0,68$)

$$T = \left(\frac{0,31345}{S^{2,64267}} \right) - 0,09155S^2 + 0,14701S - 0,05877$$

(для $0,68 \leq S \leq 0,9$)

$$T = \left(\frac{0,30715}{S^{2,84636}} \right) - 0,69116S^3 + 1,08315S^2 - 0,18341S - 0,20970$$

(для $0,9 \leq S \leq 1$)

де $T=1/4cx_e^2$.

Можливості описаного в [2] підходу були розширені в роботах [6] і [7] наряду з екваторіальним діаметром $2x_e$ в [6] пропонувалось вимірювати діаметр $2x_{(m)}$ на відстані mx_e від вершини краплі для $m = 1,6; 1,8; 2,2; 2,4$, а в [7] – для $m=1,25; 1,5; 1,75; 2,25$ і $2,5$ (в обох роботах випадок $m=2$ також розглядався). Що стосується залежності, то в [6] вона мала такий же функціональний вигляд, що і в [2], а в [7] для знаходження σ використовувалась таблична залежність $x_{(m)}/x_e$ від $x_e c^{0,5}$.

Інший варіант методу висячої краплі запропонований Уінкелом. Для його реалізація необхідна крапля з шийкою (рис. 2), а вимірюваними величинами служать екваторіальний діаметр краплі $2x_e$ і діаметр шийки $2x_n$.

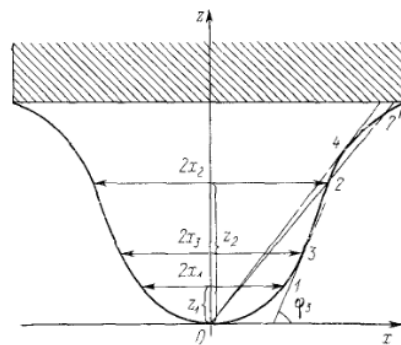


Рисунок 2 – Профіль висячої краплі з шийкою

Описана в цій роботі схема пошуку величини σ з $2x_e$ і $2x_n$ по суті така ж, як і в [2] спочатку знаходиться відношення діаметрів, потім з залежності, що пов'язує це відношення і безрозмірний екваторіальний діаметр визначається c і звідси відповідно σ .

Моделювання квазістатичного процесу утворення рідинного меніска

Меніск, що утворюється на торці вихідного отвору круглого капіляру направлено вертикально вниз – є фігурою обертання. Параметри меніска в осьовому перерізі представлені на рис. 1, де φ – кут між нормаллю до поверхні в даній точці і віссю симетрії капілярної поверхні, x і y – декартові координати точки, R_1 і R_2 – радіуси кривизни відповідно в площині нормалі до площини перерізу і в площині перерізу (рис. 3). В процесі зростання бульбашки вздовж осі z , тиск P на рівні торця капіляра описується залежністю [9]:

$$P = \frac{2\sigma}{R_0} + \Delta\rho g z, \quad (1)$$

або

$$P = \sigma K + \Delta\rho g z, \quad (2)$$

де σ – поверхневий натяг рідини, R_0 – радіус кривизни в омбілічній точці, $\Delta\rho$ – різниця густин контактуючих фаз, g – прискорення вільного падіння, $K = 2/R_0$ – гаусова кривизна у омбілічній точці.

Оскільки поверхня меніска є поверхнею двоякої кривизни, то для знаходження поверхневого тиску найкраще скористатися відомою формулою Лапласа [10]:

$$P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (3)$$

де R_1 і R_2 – радіуси кривизни будь-яких двох взаємно перпендикулярних нормальних перерізів поверхні бульбашки (рис.4). З (1) і (2) випливає:

$$\sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = K\sigma + \Delta\rho g z. \quad (4)$$

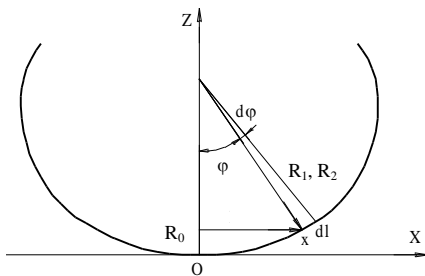


Рисунок 3 – Параметри профілю меніска бульбашки в осьовому перерізі

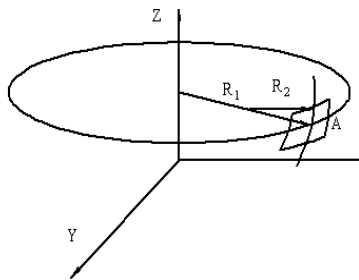


Рисунок 4 - Гаусові радіуси кривизни капілярної поверхні

Виходячи з геометричних властивостей поверхонь обертання, радіуси кривизни, що лежать в площинах осьового перерізу і перпендикулярні до осьового перерізу відповідно дорівнюють [6]:

$$R_1 = \frac{dL}{d\varphi}, \quad R_2 = \frac{x}{\sin \varphi}, \quad (5)$$

де dL – диференціал дуги осьового перерізу; φ – кут між нормаллю до капілярної поверхні і віссю симетрії.

Підставивши (5) у (4), можна отримати вихідне диференціальне рівняння:

$$\sigma \left(\frac{\sin \varphi}{x} + \frac{d\varphi}{dL} \right) = K\sigma - \Delta\rho g z. \quad (6)$$

Для узагальнення параметрів меніска доцільно поділити обидві частини (6) на $\Delta\rho g$ та використати поняття капілярної сталої [10]:

$$a^2 = \frac{\sigma}{\Delta\rho g}. \quad (7)$$

Тоді з (6) отримаємо:

$$a^2 \left(\frac{\sin \varphi}{x} + \frac{d\varphi}{dL} \right) = Ka^2 - z. \quad (8)$$

Для приведення до безрозмірної форми рівняння (9) можна записати у вигляді:

$$\frac{\sin \varphi}{(x/a)} + \frac{d\varphi}{d(L/a)} = (Ka) - (z/a),$$

або

$$\frac{\sin \varphi}{x_a} + \frac{d\varphi}{dL_a} = K_a - z_a, \quad (9)$$

де

$$\begin{aligned} x_a &= x/a, \\ L_a &= L/a, \\ K_a &= K \cdot a, \\ z_a &= z/a \end{aligned} \quad (10)$$

Виходячи з властивостей поверхонь обертання, можна вивести додаткові диференціальні рівняння [6]:

$$\frac{dx_a}{dL_a} = \cos \varphi, \quad \frac{dz_a}{dL_a} = \sin \varphi, \quad (11)$$

$$\frac{dV_a}{dL_a} = \pi \cdot x_a^2 \cdot \sin \varphi, \quad \frac{dS_a}{dL_a} = 2\pi x_a$$

де

$$V_a = V/a^3, \quad S_a = S/a^2 \quad (12)$$

- відповідно приведені об'єм меніска і його площа.

Об'єднання диференціальних рівнянь (8) та (11) у систему дає математичну модель капілярної поверхні меніска повітряної бульбашки, що утворюється на торці вертикально зануреного у рідину капіляра:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dL_a} = K_a - \frac{\sin \varphi}{x_a} - z_a, \\ \frac{dx_a}{dL_a} = \cos \varphi, \quad \frac{dz_a}{dL_a} = \sin \varphi, \\ \frac{dV_a}{dL_a} = \pi x_a^2 \sin \varphi, \quad \frac{dS_a}{dL_a} = 2\pi x_a. \end{cases} \quad (13)$$

При цьому початкові умови в омбілічній точці ($L_a = 0$):

$$\varphi = 0, \quad x_a = 0, \quad z_a = 0, \quad S_a = 0, \quad V_a = 0. \quad (14)$$

Система нелінійних диференціальних рівнянь (13), (14) не піддається аналітичному розв'язку, тому варто застосувати чисельні методи інтегрування.

Виходячи з умов (14) на першому кроці інтегрування системи (13) виникає невизначеність типу 0/0 у виразі $\sin \varphi / x_a$. Для розкриття цієї невизначеності слід скористатися тим, що із умови симетрії випливає рівність радіусів кривизни $R_1 = R_2 = R_0$ (рис.4) у омбілічній точці [9], тобто:

$$\lim_{L_a \rightarrow 0} \frac{d\varphi}{dL_a} = \lim_{L_a \rightarrow 0} \frac{\sin \varphi}{x_a} = \frac{1}{R_{0a}} = \frac{K_a}{2}. \quad (15)$$

Для зручності використання тиск у рівнянні (1) можна також привести до безрозмірного вигляду:

$$P_a = \frac{P}{\Delta \rho g a} = K_a - z/a = K_a - z_a. \quad (16)$$

Розв'язком математичної моделі (13) – (15) – є множина капілярних поверхонь, форма яких визначається значенням параметра приведеної гаусової кривизни K_a .

Процес інтегрування системи (13) починається при початкових умовах (14) з урахуванням (15). При цьому наперед задаються значенням параметра $a_r^2 = (a/r)^2$ (капілярної сталої приведеної до радіуса капіляра), який відображає величину ПН. Розв'язується крайова задача шляхом варіації параметра K_a .

Точка кінця інтегрування знаходиться при досягненні рівності $x_a = r_a$, де $r_a = (r/a) = (1/a_r)$, при цьому другою крайовою умовою є досягнення, монотонно зростаючою характеристикою меніска заданого дискретного значення.

Для представлення квазістатичного утворення газової бульбашки слід вибрати такі характеристики меніска, які монотонно змінюються з його ростом і можуть приймати наперед задані дискретні значення. Виходячи з мети моделювання у якості такої характеристики вибрано об'єм меніска V_a і кут між нормаллю до капілярної поверхні і віссю симетрії φ . Як показали результати моделювання, інші характеристики (висота, площа, довжина дуги осевого перерізу меніска) не є монотонними. Зростаюча послідовність дискретних значень цих характеристик відповідає набору капілярних поверхонь, що відображає квазістатичне утворення газової бульбашки для заданого значення a_r^2 (сталого ПН при заданому радіусі капіляра) (рис.5).

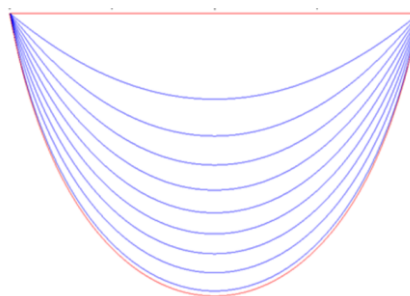


Рисунок 5 – Послідовність капілярних поверхонь для $a_r^2 = 1$

Отримані результати моделювання для зручності практичного використання доцільно привести до радіуса капіляра r шляхом наступних перетворень [9]:

$$z_r = z/r = z_a a_r,$$

$$l_r = l/r = l_a a_r,$$

$$S_r = S/r^2 = S_a a_r^2, \quad V_r = V/r^3 = V_a a_r^3,$$

$$K_r = Kr = K_a / a_r,$$

$$P_r = \frac{P}{\Delta \rho g r} = K_a a_r + z_a a_r = K_r a_r^2 + z_r.$$

Умови відриву краплі (спливання газового пухирця)

На краплю у вертикальному напрямку діють дві основні сили:

– сила тяжіння, яка в даному випадку дорівнює $mg = V\Delta\rho g$, де m , V – маса та об'єм краплі, g – гравітаційна стала;

- сила поверхневого натягу по периметру капіляра, при $x = r$ вона дорівнює $2\pi r\sigma \cos\varphi$
де σ – величина поверхневого натягу, r – радіус капіляра.

Таким чином умовою відриву краплі (спливання газового пухирця) є стан коли сила тяжіння стане більшою за вертикальну складову сили поверхневого натягу:

$$V\Delta\rho g \geq 2\pi r\sigma\cos\varphi.$$

Перетворимо дану умову для змінних,

приведених до капілярної сталої $a^2 = \frac{\sigma}{\Delta\rho g}$

$$V\Delta \rightarrow \rho g \geq 2\pi r a^2 \cos \varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V \geq 2\pi r a^2 \cos \varphi \Rightarrow \frac{V}{a^3} \geq \frac{2\pi r}{a} \cos \varphi$$

Звідси кінцевою умовою є

$$V_a \geq 2\pi r_a \cos \varphi.$$

Блок - схема загального алгоритму числового моделювання процесу утворення газової бульбашки представлена на рис.4. Вихідною інформацією є: значення α_r^2 ; похибка на кроці ϵ ; крок дискретизації по об'єму ΔV_a і наближене значення кривизни в омбілічній точці K_{a0} .

Підпрограма “*surface*” охоплює стандартну процедуру розв’язку нелінійних рівнянь методом нев’язок, за допомогою якої виконується варіювання параметром K_a , до виконання умови $|x_{a-1}| < 15\epsilon$. Програма одночасно розрахована на пошук значень параметрів $P_{a_{\max}}, V_{a_{\max}}$. Якщо значення параметра, по якому визначається максимум, більше за його значення для попереднього, то виконується приріст дискретного об’єму V на величину ΔV_a . Шляхом квадратичної екстраполяції визначається наближене значення K_a і процес повертається до підпрограми розв’язку нелінійних рівнянь для наступного значення приросту дискретного об’єму V .

Якщо максимум не знаходиться, то визначається наближене значення V_a , що відповідає цьому максимуму за методом квадратичної інтерполяції, і значення K_a , що знаходиться методом «золотого» перерізу або квадратичної інтерполяції, в залежності від інтервалу пошуку екстремуму по V_a . Після цього процес розв'язку переходить знову до процедури розв'язку нелінійних рівнянь.

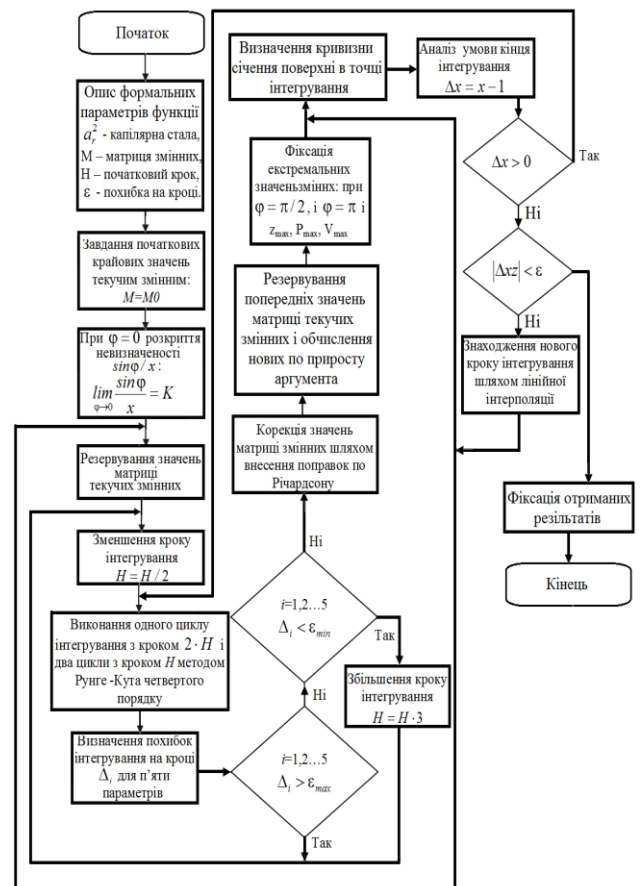


Рисунок 6 – Алгоритм чисельного моделювання квазістатичного процесу зростання рідинного меніска

У результаті моделювання квазістатистики зростання висячої краплі для різних значень поверхневого натягу (у безрозмірній формі параметра a_c^2).

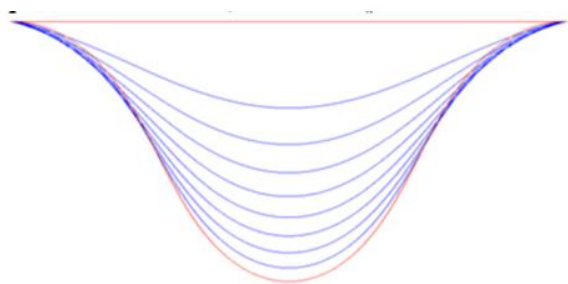


Рисунок 7 – Крапля з $a_r^2 = 0.1$, $dL = 0.01$

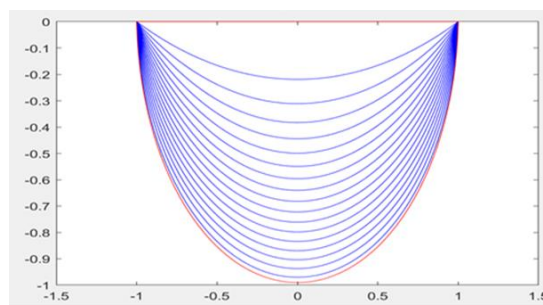


Рисунок 11 – Крапля з $a_r^2 = 10$, $dL = 0.01$

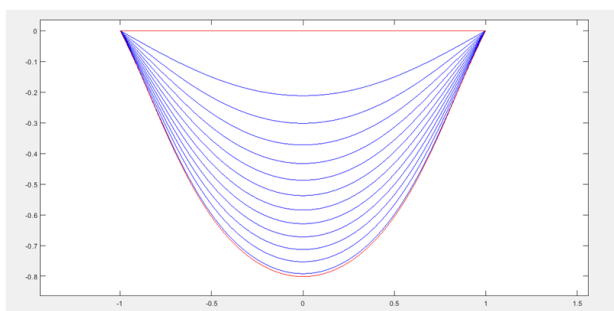


Рисунок 8 – Крапля з $a_r^2 = 0.3$, $dL = 0.01$

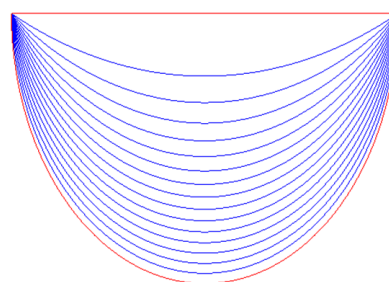


Рисунок 12 – Крапля з $a_r^2 = 50$, $dL = 0.01$

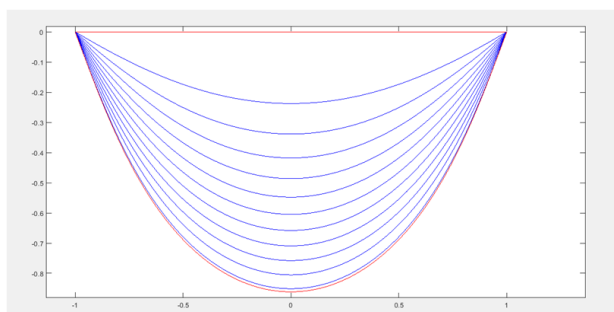


Рисунок 9 – Крапля з $a_r^2 = 0.5$, $dL = 0.01$

Розраховані значення параметрів меніска приведених до радіуса капіляра у момент відриву для різних значень поверхневого натягу наведені у таблиці 1.

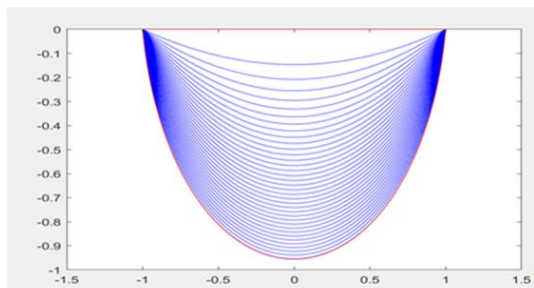


Рисунок 10 – Крапля з $a_r^2 = 1.0$, $dL = 0.01$

Таблиця 1 – Параметри поверхневого натягу

a_r^2	φ	z_r	K_r	L_r	S_r	V_r
0.2	36.133	0.7437	3.2825	2.5699	4.3166	1.0149
0.3	49.421	0.8012	2.8888	2.6710	4.6501	1.2262
0.4	57.161	0.8371	2.6886	2.7422	4.8858	1.3629
0.5	62.308	0.8614	2.5644	2.7941	5.0599	1.4599
0.6	66.007	0.8791	2.4792	2.8336	5.1941	1.5330
0.7	68.804	0.8927	2.4168	2.8648	5.3008	1.5902
0.8	71.001	0.9033	2.3691	2.8901	5.3879	1.6364
0.9	72.774	0.9120	2.3314	2.9110	5.4605	1.6746
1.0	74.238	0.9192	2.3008	2.9287	5.5219	1.7068
1.5	78.908	0.9425	2.2062	2.9872	5.7276	1.8132
2.0	81.427	0.9553	2.1571	3.0203	5.8451	1.8734
2.5	83.008	0.9634	2.1270	3.0417	5.9213	1.9122
3.0	84.095	0.9690	2.1066	3.0566	5.9749	1.9393
3.5	84.888	0.9731	2.0919	3.0676	6.0146	1.9594
4.0	85.493	0.9762	2.0807	3.0761	6.0452	1.9749
4.5	85.970	0.9787	2.0720	3.0828	6.0695	1.9871
5.0	86.355	0.9807	2.0650	3.0883	6.0893	1.9971
6.0	86.940	0.9838	2.0544	3.0967	6.1197	2.0124
7.0	87.363	0.9860	2.0467	3.1028	6.1418	2.0235
8.0	87.683	0.9877	2.0410	3.1074	6.1586	2.0320
9.0	87.934	0.9890	2.0365	3.1111	6.1719	2.0386
10.0	88.135	0.9901	2.0329	3.1140	6.1826	2.0440
15.0	88.747	0.9933	2.0220	3.1230	6.2152	2.0604
20.0	89.057	0.9950	2.0166	3.1276	6.2319	2.0687
25.0	89.244	0.9960	2.0133	3.1303	6.2420	2.0738
30.0	89.368	0.9966	2.0111	3.1322	6.2487	2.0772
35.0	89.458	0.9971	2.0095	3.1335	6.2536	2.0796
40.0	89.526	0.9975	2.0083	3.1345	6.2573	2.0814
45.0	89.578	0.9977	2.0074	3.1353	6.2601	2.0829
50.0	89.620	0.9980	2.0066	3.1359	6.2624	2.0840
60.0	89.683	0.9983	2.0055	3.1369	6.2659	2.0857
70.0	89.728	0.9985	2.0048	3.1375	6.2683	2.0870
80.0	89.762	0.9987	2.0042	3.1380	6.2702	2.0879
90.0	89.788	0.9989	2.0037	3.1384	6.2716	2.0886
100.0	89.810	0.9990	2.0033	3.1387	6.2728	2.0892

Висновки.

У результаті чисельного моделювання квазістатисти процесу утворення меніска типу висяча крапля був отриманий багаторівневий структурований пакет даних. Різновекторна обробка цих даних дає можливість розробити методологічні основи ряду методів визначення статичних і динамічних поверхневих характеристик по виміряним фізичним і геометричним характеристикам меніска

Список використаних джерел

1. Роулинсон Дж., Уидом Б. Молекулярная теория капиллярности.: Пер. с англ. М.: Мир, 1986. 376 с.
2. Semmler A, Reinhold Ferstl R., Kohler H. New Laser Technique for Automatic Interfacial Tension Measurements: Laser Scanning Drop Shape Analysis (LASDA). Langmuir 1996, 12 (17), 4165-4172.
3. Worthington A M Proc Roy Soc 1981 V 32, № 214 C.362 - 377
4. Boucher E. A. Capillary phenomena: Properties of systems with fluid/fluid interfaces. Rep. Prog. Phys., V. 43, N. 4, 1980 P. 43-49
5. Misak M D //J Colloid Interface Sci 1968 V 27, №1 C.141-142
6. Roe R –J, Bacchetta V I, Wong P M G J Phys Chem 1967 V 71, № 13 C.4190 - 4193
7. Ramakrishnan S, Princz J F, Hartland S Indian J Pure Appl Phys 1977 V 15, № 4 C.228 - 233]
8. Winkel D J Phys Chem 1965 V 69, № 1 C.348 - 350
9. Малько О. Г., Кісіль І. С., Малько А. О. Характеристики меніска газової бульбашки в околі максимального тиску в ній. *Методи та прилади контролю якості*. 2008. №21. С.77–82.

10. Адамсон А. Физическая химия поверхностей. М.: "Мир", 1979. 568 с.

11. А.В. Погорелов Диферинциальная геометрия. М.: Издательство наука, 1974 176 с.

References

1. Roulynson Dzh., Uydom B. Molekulyarnaya teoriya kapyllyarnosty.: Per. s angl. M.: Myr, 1986. 376 s.
2. Semmler A, Reinhold Ferstl R., Kohler H. New Laser Technique for Automatic Interfacial Tension Measurements: Laser Scanning Drop Shape Analysis (LASDA). Langmuir 1996, 12 (17), 4165-4172.
3. Worthington A M Proc Roy Soc 1981 V 32, № 214 C.362 - 377
4. Boucher E. A. Capillary phenomena: Properties of systems with fluid/fluid interfaces. Rep. Prog. Phys., V. 43, N. 4, 1980 P. 43-49
5. Misak M D //J Colloid Interface Sci 1968 V 27, №1 C.141-142
6. Roe R –J, Bacchetta V I, Wong P M G J Phys Chem 1967 V 71, № 13 C.4190 - 4193
7. Ramakrishnan S, Princz J F, Hartland S Indian J Pure Appl Phys 1977 V 15, № 4 C.228 - 233]
8. Winkel D J Phys Chem 1965 V 69, № 1 C.348 - 350
9. Malko O. G., Kisil I. S., Valko A. O. Harakteristiki meniska gazovoyi bulbashki v okoli maksimalnogo tisku v niy Metodi ta priladi kontrolyu yakosti. 2008. №21. S.77–82.
10. Adamson A. Fizicheskaya himiya poverhnostey. M.: "Mir", 1979. 568 s.
11. Pogorelov A. V. Difirintsialnaya geometriya. M.: Izdatelstvo nauka, 1974. 176 s.