

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ

УДК 528.332.551.4

DOI: 10.31471/1993-9981-2022-1(48)-88-96

### ГЕОМОРФОЛОГІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ МОРФОДИНАМІЧНИХ ЗМІН РЕЛЬЄФУ З ВИКОРИСТАННЯМ ГЕОІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

*О. Я. Кравець, Б. С. Незамай, В. І. Михайлів*

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу; 76019, м. Івано-Франківськ,  
вул. Карпатська, 15; e-mail: pta@nung.edu.ua*

Виконано аналіз методів створення геоморфологічних карт на основі цифрової моделі рельєфу. Наведено математичну основу морфометричного аналізу рельєфу. За допомогою пакету програм Surfer розроблено цифрову модель рельєфу верхньої частини басейну ріки Бистриця Солотвинська, а також карти крутизни та експозиції схилів, карти пластики рельєфу, які розділяють позитивні та негативні форми рельєфу, візуалізують гребневі та кільові лінії рельєфу. Для кожної точки моделі за розробленими алгоритмами і програмами визначено мінімальні віддалі до орографічних ліній – вододілів, тальвегів гідрографічної мережі. За цими даними було складено карти довжин схилів, карти віддаленості від гідрографічної мережі, карти довжин стоку. За координатами точок на гребневих лініях побудовано карту вершинної поверхні, а за координатами точок кільових ліній рельєфу – карту ізобазит. За цими картами і картою рельєфу побудовано карти залишкового рельєфу та глибини розчленування рельєфу. За цифровою моделлю рельєфу визначено наступні характеристики басейну ріки, а саме: площу басейну, довжину, середню ширину та ухил басейну, довжину гідрографічної мережі, об'єм гірських порід, що лежить вище базисної поверхні, площі позитивних та негативних форм рельєфу. За запропонованим алгоритмом розроблено програму мовою Object Pascal в середовищі Borland Delphi. За ЦМР визначено характер розподілу висот для частини басейну ріки Бистриця Солотвинська. Обчислено середню висоту, дисперсію, стандарт, коефіцієнти варіації, коефіцієнти ексцесу та асиметрії. Складено графік розподілу висот, який показує, що розподіл близький до нормального. Розроблені карти дозволяють визначати ділянки можливих зсувів, розраховувати ступінь ерозійності схилів, здійснювати моніторинг морфодинамічних змін рельєфу.

**Ключові слова:** геоморфометрія, зсуви, пластика рельєфу, структурні лінії рельєфу, морфоізографа.

The analysis of methods of creation of geomorphological maps on the basis of digital model of a relief is executed. The mathematical basis of morphometric relief analysis is given. With the help of the Surfer software package, a digital relief model of the upper part of the Bystritsa Solotvynska River basin was developed, as well as maps of slope steepness and exposure, relief plastic maps separating positive and negative landforms, visualizing ridge and keel relief lines. For each point of the model according to the developed algorithms and programs the minimum distances to orographic lines - watersheds, thalwegs of a hydrographic network are defined. According to these data, maps of slope lengths, distance maps from the hydrographic network, and runoff length maps were compiled. A map of the vertex surface is constructed from the coordinates of points on the ridge lines, and an isobasite map is constructed from the coordinates of the points of the keel lines of the relief. Maps of residual relief and depth of relief dissection were built on the basis of these maps and the relief map. The digital relief model determines the following characteristics of the river basin, namely: basin area, length, average width and slope of the basin, length of hydrographic network, volume of rocks above the base surface, area of positive and negative landforms. According to the proposed algorithm, the program was developed in the Object Pascal language in the Borland Delphi environment. The nature of the distribution of heights for the part of the Bystritsa Solotvynska river basin was determined by the DEM. Average height, variance, standard, coefficients of variation, coefficients of excess and asymmetry are calculated. A graph of the distribution of heights, which shows that the distribution is close to normal. The developed maps allow to determine the areas of possible landslides, to calculate the degree of erosion of the slopes, to monitor morphodynamic changes in the terrain.

**Key words:** geomorphometry, shifts, relief plasticity, structural relief lines, morphoisograph

### Вступ

Предметом геоморфології є дослідження елементів рельєфу (схили, улоговини, вододіли), форми рельєфу (гори, долини, сідловини) і групи форм, які створюють природні геоморфологічні комплекси. За геоморфологічними картами досліджуються складові частини рельєфу.

Морфометрія має важливе значення для геоморфології в цілому, дозволяючи вирішувати задачі як походження, так і вік рельєфних форм і їх класифікацію. Морфометричні характеристики використовують в картографії, гідрології та інших прикладних науках. Вони надають числові дані про основні елементи рельєфу.

До морфометричних карт, які характеризують різні показники рельєфу, належать карти інтенсивності розчленування рельєфу, карти глибини розчленування рельєфу, карти крутизни схилів земної поверхні, карти віддаленості від вододілів, карти віддаленості від гідрографічної мережі, карти довжин схилів та інші.

Важливими для морфометричного аналізу території є карти крутизни схилів і карти ухилів гідрографічної мережі. За цими картами визначають райони аномальних ухилів рік. Ці дані використовуються для детального аналізу факторів, які впливають на повздовжній профіль ріки, включаючи такі, як неоднорідність літологічного складу порід, особливості гідрологічного режиму ріки, тектонічний фактор.

Морфологічні карти надають об'єктивну інформацію для вирішення практичних народногосподарських задач в гідрології, сільському господарстві, геології. За даними картами досліджуються ерозійні процеси, проектується гідромеліоративні заходи, вивчаються умови поверхневого стоку, розробляються методи прогнозування і розрахунків дощових паводків. Ці карти дають можливість досліджувати найновіші тектонічні рухи, інтенсивність геоморфологічних процесів, виявляти зсувонебезпечні райони.

В наукових дослідженнях використовують метод морфодинамічного аналізу, який направлений на динамічну інтерпретацію

рельєфу, вивчення рельєфоутворюючих процесів.

Традиційно морфометричні і морфологічні карти складають за топографічними картами складними технологіями, інформація при цьому часто буває суб'єктивною і неточною. Нові можливості в процесі складання морфометричних карт надає цифрова модель рельєфу. Вона описує поле рельєфу та похідні від нього поле ухилів і поле напрямків ухилів математичними методами, які дозволяють кількісно оцінити всі параметри рельєфу з необхідною точністю.

**Метою дослідження** є вдосконалення методики створення морфологічних і морфометричних карт.

**Практична значущість результатів дослідження** полягає в тому, що результати досліджень можуть бути використані при створенні морфометричних карт, для аналізу зсувних та ерозійних процесів.

**Матеріали та методи дослідження.** Дослідження виконано з використанням пакету програм Surfer і цифрової моделі рельєфу частини басейну ріки Бистриця Солотвинська, що знаходиться в Івано-Франківській області.

**Аналіз літературних джерел.** Однією з основних задач геоморфології є класифікація і типізація форм рельєфу, встановлення зв'язку з геологічними процесами. Якщо раніше геоморфологія мала переважно описовий характер, то тепер ній частіше використовують математичні методи. Геоморфологічне картографування є універсальним джерелом інформації про рельєф.

Серед геоморфологічних карт найбільше кількісних характеристик надають морфографічні і морфометричні карти. Це карти базисних, вершинних поверхонь, залишкового рельєфу, горизонтального і вертикального розчленування рельєфу. За ними визначають об'єми, обмежені формами поверхонь, площі окремих форм і розміри річкових долин, звивистість і ухили рік, щільність гідрографічних мереж і багато іншого. Проблеми геоморфологічного і морфометричного картографування висвітлюються в працях Девдаріані А. С., Ласточкіна А. Н., Спірідонов А. І. [1-3].

До основних геоморфологічних параметрів належать абсолютна висота топографічної поверхні та градієнти поля висот – перша і друга похідні функції висот, а також кривизна горизонталей. Крім основних геоморфологічних параметрів пропонується визначати комплексну горизонтальну і вертикальну розчленованість рельєфу за величиною дисперсії абсолютних висот, за сумарною довжиною горизонталей, за середніми ухилами, за відношенням площі топографічної поверхні до її горизонтальної проекції.

Важливим в дослідженні рельєфу є метод пластики рельєфу, який полягає у виділенні опуклих та увігнутих форм поверхні шляхом проведення по точках нульової кривизни лінії, яку називають морфоізографою. Морфоізограф є межею між позитивними і негативними, дивергентними і конвергентними формами рельєфу [4].

Кarti пластики рельєфу дають можливість визначати інтенсивність ерозійних процесів, виділяти гребневі та кільові лінії рельєфу, визначати місця локалізації можливих зсувних процесів [5-7].

#### Результати досліджень.

При цифровому моделюванні рельєфу описується функцією поля висот і похідних від неї [8]:

$$z = Z(x, y). \quad (1)$$

Диференціюючи формулу (1) одержимо ухили поверхні  $z$  по осях  $x$  і  $y$ :

$$i_x = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad i_y = \frac{\partial z}{\partial y}. \quad (2)$$

$$K_{II} = \frac{\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right) \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 - 2\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2}{\left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (6)$$

Лінія, яка проходить по точках з нульовою кривизною, називається нульовою морфоізографою. Вона розмежує дивергентні та конвергентні форми рельєфу.

Максимальне значення ухилу буде:

$$i_{\max} = \sqrt{i_x^2 + i_y^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}. \quad (3)$$

Напрямок лінії найбільшого схилу визначиться за формулою:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{i_y}{i_x}\right) = \arctg\left(\frac{\partial z / \partial y}{\partial z / \partial x}\right), \quad (4)$$

де  $\alpha$  – кут між віссю  $y$  і напрямком найбільшого схилу.

Похідні  $\frac{\partial z}{\partial x}$  і  $\frac{\partial z}{\partial y}$  визначаються в кожній

точці моделі за значеннями  $z$  в сусідніх точках.

Наведені вище формули описують первинне поле висот і вторинні поля ухилів і експозицій схилів. Ці аналітичні морфометричні поля рельєфу дозволяють вирішувати багато інженерних задач з високою точністю. Вони надають якісну кількісну інформацію про рельєф при використанні перших похідних вихідного поля висот.

Для більш детального аналізу кривизни топографічної поверхні визначають похідні вищого порядку (оператор Лапласа):

$$\nabla^2 z = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{z_e - 2z + z_w}{\Delta x^2} + \frac{z_n - 2z + z_s}{\Delta y^2}. \quad (5)$$

Планова кривизна  $K_{II}$ , яка характеризує міру зміни експозиції схилу, визначається за формулою:

Профільна кривизна  $K_H$ , яка характеризує міру зміни крутизни схилу визначається так:

$$K_H = \frac{\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right) \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}{\left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right] \cdot \left[1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (7)$$

Карти профільної кривизни визначають напрям схилу з найбільшою крутістю та швидкістю стікання водного потоку. Ці карти також розділяють дивергентні та конвергентні форми рельєфу.

За цифровою моделлю рельєфу складено карти крутизни схилів, планової та профільної кривизни з орографічними лініями рельєфу. Результати моделювання наведено на рисунках (1-3).

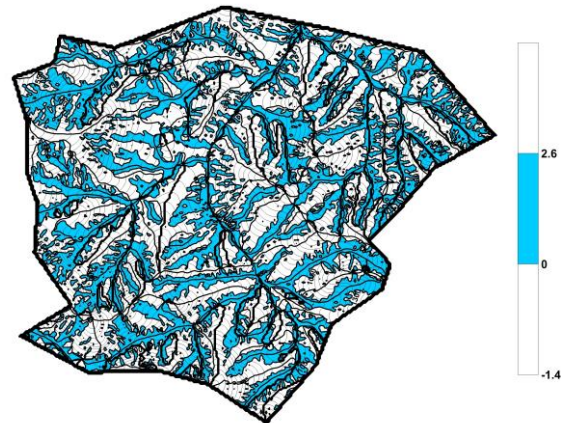


Рисунок 2 - Карта планової кривизни

Профільна кривизна визначає швидкість зміни нахилу в напрямку градієнта в кожному вузлі сітки. Карти профільної кривизни автоматично визначають напрям схилу, а також швидкість зміни нахилу вздовж цього напрямку.

На картах планової і профільної кривизни блакитним і рожевим кольором відповідно показано конвергентні потоки. На шкалах наведено відповідні градієнти.

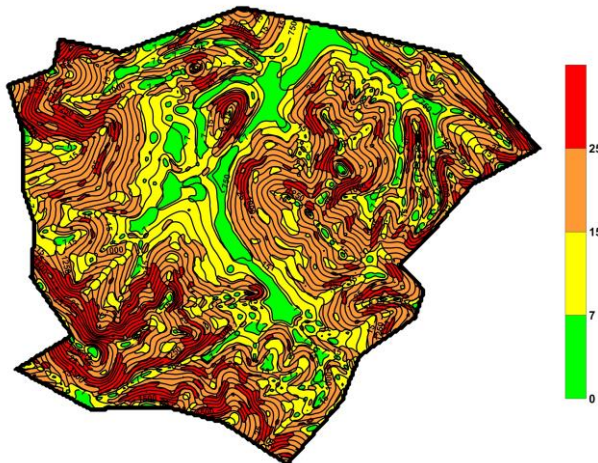


Рисунок 1 - Карта крутизни схилів

Планова кривизна є мірою кривизни ізоліній горизонталей на карті. Негативні значення градієнтів характеризують розбіжність потоку води на поверхні, а позитивні – збіжність потоку. Лінія, яка проведена по точках, в яких градієнти дорівнюють нулю, і буде нульовою морфоізографою.

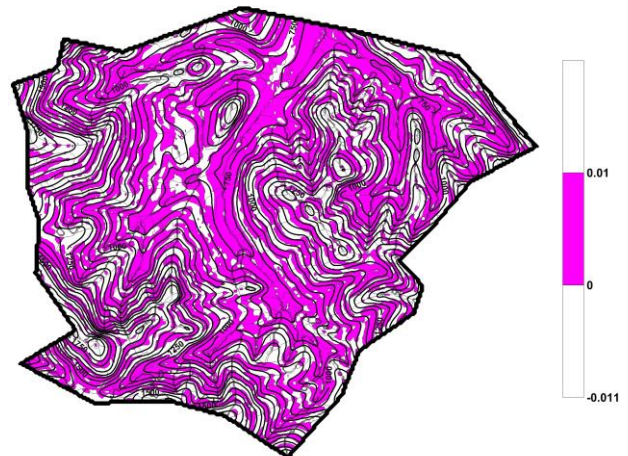


Рисунок 3 - Карта профільної кривизни

Морфометричні і морфографічні карти зображають рельєф за певними ознаками. При створенні таких карт визначають щільність розчленування рельєфу, глибину розчленування, віддалі до орографічних ліній [9].

За ЦМР розроблено алгоритм побудови морфометричних і морфографічних карт, який полягає в наступному:

– за ЦМР створюють карту експозиції схилів, яка візуалізує структурні лінії рельєфу;

– визначають координати точок на структурних лініях і формують масиви координат точок на лініях позитивних і негативних форм рельєфу, тобто вододільних лініях  $X_B, Y_B, Z_B$  і лініях гідрографічної мережі, включаючи сухі водостоки  $X_G, Y_G, Z_G$  (кільових лініях);

– для кожної точки ґрид-моделі з координатами  $X, Y, Z$  обчислюють віддалі до всіх точок на структурних лініях за формулами:

$$L_B = \sqrt{(X - X_B)^2 + (Y - Y_B)^2 + (Z - Z_B)^2}, \quad (8)$$

$$L_G = \sqrt{(X - X_G)^2 + (Y - Y_G)^2 + (Z - Z_G)^2};$$

– вибирають найменші віддалі до вододілів  $L_{Bmin}$  і до гідрографічної мережі  $L_{Gmin}$ , визначають суму цих віддалей

$$L_{min} = L_{Bmin} + L_{Gmin};$$

– формують масиви мінімальних віддалей і їх сум;

– за значеннями мінімальних віддалей  $L_{Bmin}$  створюють карти довжин стоку або віддалей до вододілів;

– за значеннями  $L_{Gmin}$  - карти віддалей до гідрографічної мережі;

– за значеннями  $L_{min}$  - карти довжин схилів;

– за координатами точок на вододільних лініях  $X_B, Y_B, Z_B$  створюють карти вершинного рельєфу, а за координатами точок на структурних лініях негативних форм рельєфу  $X_G, Y_G, Z_G$  – карти ізобазит, які відповідно до класифікації Хортоні можуть бути різних порядків;

– за різницями висот карт вершинного рельєфу та топографічної поверхні  $H_B - H$  створюють карту глибини розчленування рельєфу, а за різницями висот топографічної поверхні та базисних поверхонь  $H - H_G$

створюють карти залишкового рельєфу, при цьому визначають об'єм гірських порід, що лежать вище базисних поверхонь; аналогічно створюють карти різниць вершинних і базисних поверхонь різних порядків;

– для кожної точки гідрографічної мережі за координатами сусідніх точок визначають ухили  $i$ , за якими створюють карти ухилів гідрографічної мережі.

Морфометричні карти створюють в межах басейнів рік або річкових систем.

За запропонованим алгоритмом розроблено програму мовою Object Pascal в середовищі Borland Delphi і створено карти частини басейну ріки Бистриця Солотвинська.

Результати моделювання наведено на рисунках (4-10) [10].

Карта віддаленості від вододілів, яку наведено на рисунку 4, створено за значеннями мінімальних віддалей точок ґрид-моделі від точок, розміщених на вододільних лініях. Ізолінії віддалей до вододілів є ізолініями довжин стоку – величин, які використовують в формулах розрахунків ерозійних процесів.

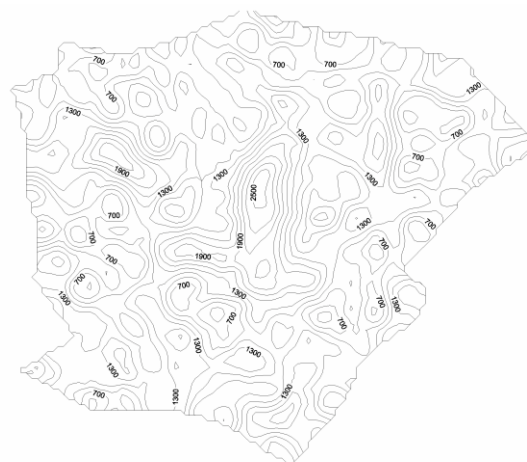
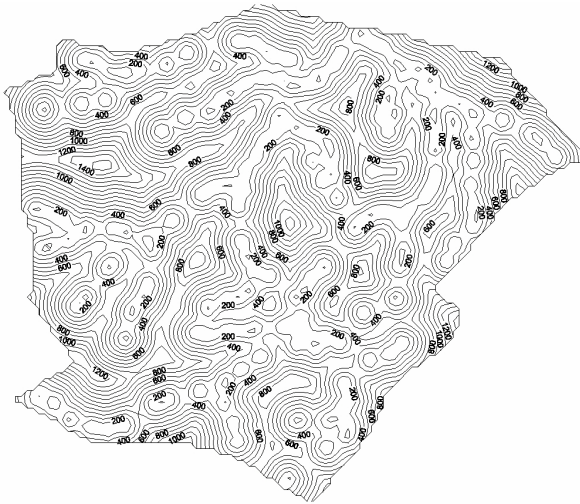


Рисунок 4 – Карта віддаленості від вододілів

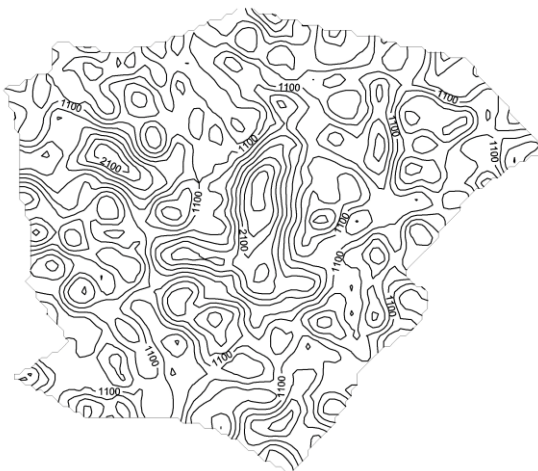
Аналогічно створено карту рівних віддалей до гідрографічної мережі, яку показано на рисунку 5. Ізолінії віддалей до водостоків використовують при розрахунках повеневих і паводкових стоків.





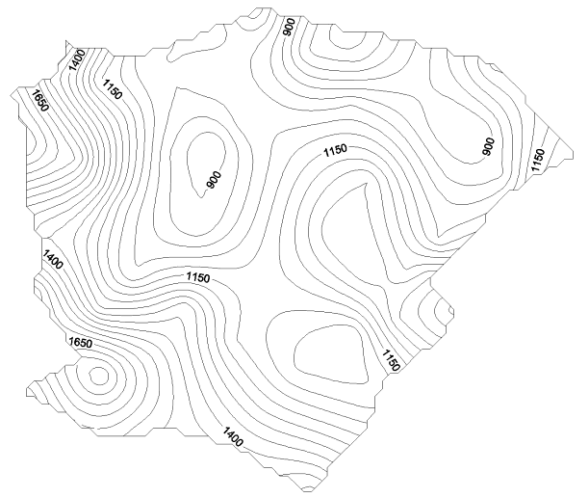
**Рисунок 5 – Карта віддаленості від гідрографічної мережі**

Важливою для морфометричного аналізу рельєфу є карта довжин схилів, яку подано на рисунку 6.



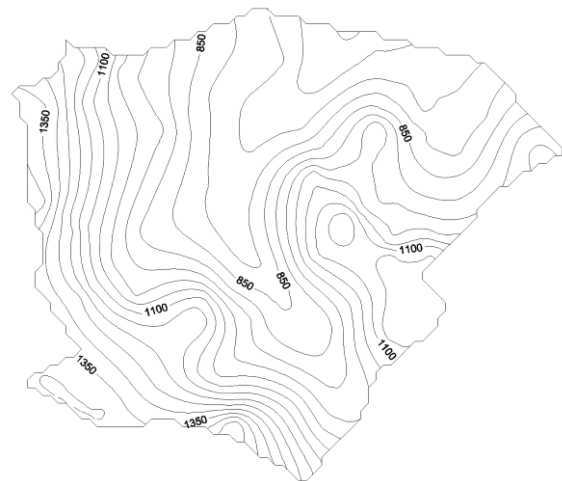
**Рисунок 6 – Карта довжин схилів**

На рисунку 7 наведено карту вершинного рельєфу, яку побудовано за висотами точок вододільних ліній.



**Рисунок 7 – Карта вершинного рельєфу**

Аналогічно побудовано карту ізобазит, яку наведено на рисунку 8. При її створенні використовувались координати точок гідрографічної мережі.



**Рисунок 8 – Карта ізобазит**

За різницями висот топографічної і базисної поверхонь створено карту залишкового рельєфу, яку показано на рисунку 9.

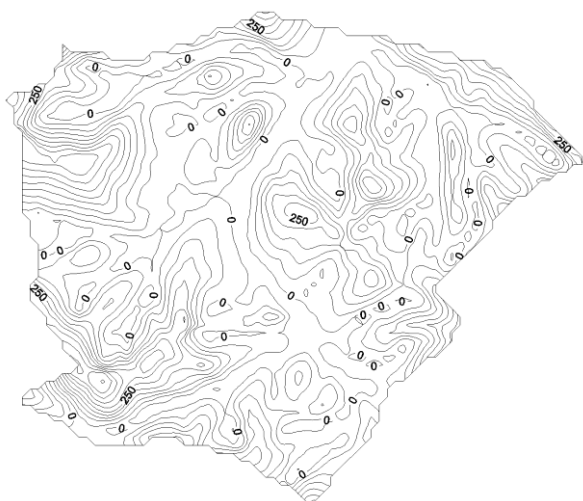


Рисунок 9 – Карта залишкового рельєфу

Карта глибини розчленування рельєфу, яку подано на рисунку 10, побудовано за різницями висот точок вершинного рельєфу і топографічної поверхні.



Рисунок 10 – Карта глибини розчленування рельєфу

Крім наведених карт для частини басейну ріки Бистриця Солотвинська за ЦМР було визначено наступні морфометричні характеристики:

- площа басейну  $F = 113,7 \text{ км}^2$ ;
- площа опуклих форм рельєфу  $F_O = 65,2 \text{ км}^2$ ;
- площа увігнутих форм рельєфу  $F_V = 48,5 \text{ км}^2$ ;
- довжина басейну  $L = 17,2 \text{ км}$ ;

- середня ширина басейну  $B = \frac{F}{L} = 6,5$

км;

- середній ухил басейну  $\nu = 19,5^\circ$ ;
- довжина гідрографічної мережі  $l = 34,4$  км;
- коефіцієнт щільності гідрографічної мережі

$$d = \frac{\sum l}{F} = 0,31;$$

- об'єм гірських порід, що лежать вище базисної поверхні  $V = 10,6 \cdot 10^9 \text{ м}^3$ ;
- середній ухил басейну, визначений за відношенням площі реальної топографічної поверхні до площі горизонтальної проекції  $\nu = 20,3^\circ$ .

Для детальної характеристики рельєфу важливо крім середніх, максимальних і мінімальних висот знати функцію розподілу висот.

За ЦМР визначено характер розподілу висот для частини басейну ріки Бистриця Солотвинська. Обчислені середня висота  $H_c$ , дисперсія  $S^2$ , стандарт, коефіцієнти варіації  $V = \frac{S}{H_c}$ , коефіцієнти ексцесу  $E$  і асиметрії  $A$ .

Деякі з цих даних наведено в таблиці 1.

На рисунку 11 наведено графік розподілу висот. Суцільною лінією показано розподіл висот вихідних точок, а пунктиром – розподіл висот точок ґрид-моделі.

Таблиця 1 – Розподіл висот

	ґрид	Вих.
Кількість точок, тис	8,5	22
Hmin	555	560
Hmax	1820	1818
Hmax-Hmin	1264	1258
Hсер	1022	1064
Медіана	981	1040
$\sigma_H$	261	249
$\Delta_H$	214	205
Коеф. варіації	0,25	0,23
Асиметрія	0,56	0,48
Ексцес	-0,28	-0,35

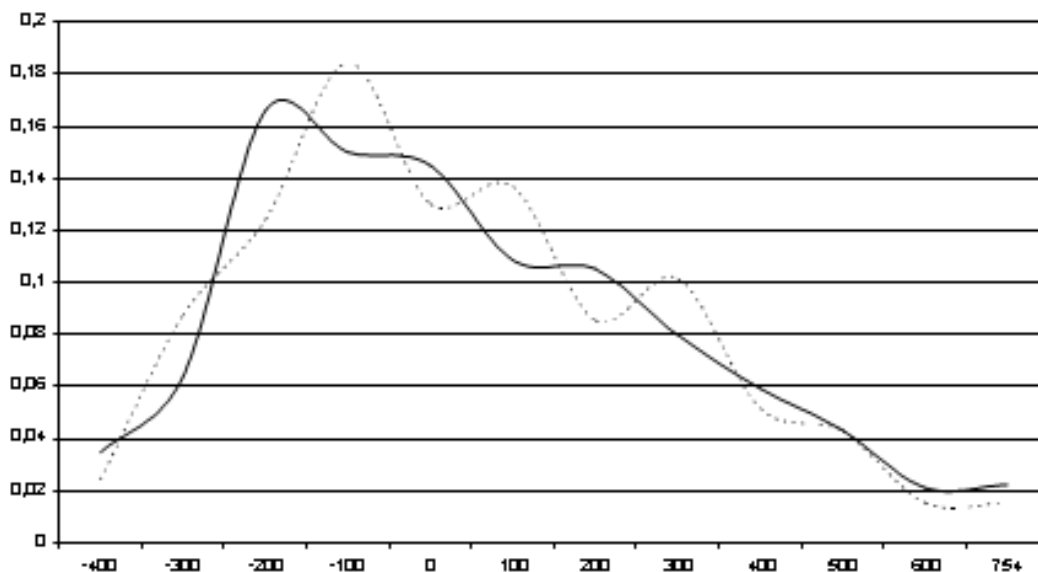


Рисунок 11 – Розподіл висот

Результати досліджень підтверджують, що закон розподілу висот в основному близький до нормального (за критерієм асиметрії та ексцесу).

**Висновки.** Запропонований метод створення морфометричних карт надає об'єктивну кількісну інформацію про рельєф і дозволяє виконати його класифікацію. Розроблені карти можуть бути джерелом більш повних даних про геоморфологічні умови зсувонебезпечних районів та місць можливого поширення ерозійних процесів. Виконані дослідження показують, що цифрова модель рельєфу може бути основою для створення моделі водно-ерозійних та зсувних процесів.

Застосування геоінформаційних технологій для створення таких моделей дозволяє підвищити точність та оперативність одержання даних про геодинамічні явища та їх аналізу, що дозволить вчасно прогнозувати, виявляти та реагувати на розвиток цих негативних процесів.

#### Список використаних джерел

1. Девдариани А.С. Математический анализ в геоморфологии. – М.: Недра, 1967. – 155 с.

2. Ласточкин А.Н. Рельеф земной поверхности (принципы и методы статистической геоморфологии).– Л.: Недра, 1991. – 340 с.

3. Спиридонов А.И. Геоморфологическое картографирование. – М.: Недра, 1975. – 182 с.

4. Степанов И. Н. Теория пластики рельефа и новые тематические карты / И. Н.Степанов. – М. : Наука, 2005. –230 с.

5. Пазинич Н. В. Морфодинамічний аналіз рельєфу в межах міських агломерацій (на прикладі правобережної частини м. Києва. V науково-практична конференція «Моніторинг навколишнього середовища. Науково-методичне, нормативне, технічне, програмне забезпечення». (м. Коктебель. 20-24 вересня, 2010 р.). АР Крим, Коктебель, 2010. С. 65–68.

6. Волошин В. Математично-картографічне забезпечення моніторингових дослідження ерозійнонебезпечних земель із застосуванням методу оцінювання пластики рельєфу. [Електронний ресурс] / В. Волошин, П. Король, О. Рудик // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: збірник наукових праць Західного геодезичного товариства УТГК, Західне геодезичне товариство Українського товариства геодезії і картографії, Національний університет «Львівська політехніка», – Л.:



Видавництво Львівської політехніки, 2013. – Випуск 1 (25). – С. 96–99. – Режим доступу: <http://ena.lp.edu.ua/handle/ntb/18863>.

7. Дмитрук Ю. М. Картографічне моделювання ґрунтового покриву та ерозійних процесів методом пластики рельєфу [Текст] / Ю. М. Дмитрук, О. В. Стужук // Геополітика і екогеодинаміка регіонів. – 2014. – Т. 10. – Вип. 1. – С. 41–43.

8. Кравець О.Я., Кравець Я.С., Ребега О.І. Дослідження морфометричних характеристик рельєфу на основі ЦМР.// Наукові вісті інституту менеджменту та економіки „Галицька академія”. Технічні науки. Вип. 18/2. Івано-Франківськ, 2011. – С. 15-18.

9. Кравець О. Я. Вплив рельєфу земної поверхні на гідрологічні та ерозійні процеси в Прикарпатті: автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук: спец. 05.24.02 „Фотограмметрія і картографія” / О. Я. Кравець. — Львів, 2006. — 19 с.

10. Кравець О.Я., Рудий Р.М., Кравець Я.С. Визначення морфометричних характеристик рельєфу для класифікації сільськогосподарських угідь.// Збірник наукових праць „Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва” НУ „Львівська політехніка”, Львів, 2005. – С. 362-366.

### References

1. Devdaryany A.S. Matematycheskyi analiz v heomorfolohyy. – M.: Nedra, 1967. – 155 s.

2. Lastochkyn A.N. Relief zemnoi poverkhnosti (pryntsyup y metodi statystycheskoi heomorfolohyy).– L.: Nedra, 1991. – 340 s.

3. Spyrydonov A.Y. Heomorfolohycheskoe kartohrafirovanye. – M.: Nedra, 1975. – 182 s.

4. Stepanov Y. N. Teoryia plastyky reliefa y novye tematycheskye karty / Y. N.Stepanov. – M. : Nauka, 2005. –230 s.

5. Pazynych N. V. Morfodynamichniy analiz reliefu v mezhakh miskykh ahlomeratsii (na prykladi pravoberezhnoi chastyny m. Kyieva. V naukovu-praktychna konferentsiia «Monitorynh navkolyshnoho seredovyshcha. Naukovometodychne, normatyvne, tekhnichne, prohramne zabezpechennia». (m. Koktebel. 20-24 veresnia, 2010 r.). AR Krym, Koktebel, 2010. S. 65–68.

6. Voloshyn V. Matematychno-kartohrafichne zabezpechennia monitorynhovykh doslidzhennia eroziinonebezpechnykh zemel iz zastosuvanniam metodu otsiniuvannia plastyky reliefu. [Elektronnyi resurs] / V. Voloshyn, P. Korol, O. Rudyk // Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva: zbirnyk naukovykh prats Zakhidnoho heodezychnoho tovarystva UTHK, Zakhidne heodezychne tovarystvo Ukrainskoho tovarystva heodezii i kartohrafi, Natsionalnyi universytet «Lvivska politekhnik», – L.: Vydavnytstvo Lvivskoi politekhniky, 2013. – Vypusk 1 (25). – S. 96–99. – Rezhyim dostupu: <http://ena.lp.edu.ua/handle/ntb/18863>.

7. Dmytruk Yu. M. Kartohrafichne modeliuvannia gruntovoho pokryvu ta eroziinykh protsesiv metodom plastyky reliefu [Tekst] / Yu. M. Dmytruk, O. V. Stuzhuk // Heopolityka y ekoheodynamika rehioniv. – 2014. – Т. 10. – Vyp. 1. – С. 41–43.

8. Kravets O.Ia., Kravets Ya.S., Rebeha O.I. Doslidzhennia morfometrychnykh kharakterystyk reliefu na osnovi TsMR.// Naukovi visti” instytutu menezhmentu ta ekonomiky „Halytska akademiia”. Tekhnichni nauky. Vyp. 18/2. Ivano-Frankivsk, 2011.

9. Kravets O. Ya. Vplyv reliefu zemnoi poverkhnii na hidrolohichni ta eroziini protsesy v Prykarpatti: avtoreferat dysertatsii na zdobuttia naukovoho stupenia kandydata tekhnichnykh nauk: spets. 05.24.02 „Fotohrammetriia i kartohrafiia” / O. Ya. Kravets. — Lviv, 2006. — 19 s.

10. Kravets O.Ia., Rudyi R.M., Kravets Ya.S. Vyznachennia morfometrychnykh kharakterystyk reliefu dlia klasyfikatsii silskohospodarskykh uhid.// Zbirnyk naukovykh prats „Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva” NU „Lvivska politekhnik”, Lviv, 2005. – S. 362-366.