

УДК 624.044

DOI 10.31471/1993-9981-2022-2(49)-66-73

ВИКОРИСТАННЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЧОЇ-ВІЛЬЯМСА У ДОСЛІДЖЕННІ СТАНУ ПІДШИПНИКІВ ГПА

О. І. Белей, Л. О. Штаєр

Інститут інформаційних технологій, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, м. Івано-Франківськ, Україна, 76019; тел. (03422)4-60-67, e-mail: ktsu@ukr.net

Незважаючи на високий рівень розвитку вібраційної діагностики, існує ряд невирішених наукових проблем, пов'язаних із створенням технічних засобів і методів віброконтролю, зокрема, вібродіагностики газоперекальчуваних агрегатів (ГПА). Одним із силових елементів ГПА є підшипники, стан яких визначає вібраційний стан агрегату в цілому. У зв'язку з цим проводилося дослідження щодо вдосконалення віброакустичного методу діагностування стану газоперекачувального агрегату шляхом обробки сигналів, які містять віброакустичну інформацію, що відповідає різним станам підшипників. Основною метою даної роботи є вивчення ефективності застосування перетворення Чої-Вільямса для підвищення інформативності обробки віброакустичних сигналів при визначенні технічного стану підшипників ГПА. В роботі розглянуто сучасний стан діагностування підшипників. Встановлено, що найпоширенішим методом визначення їх поточного стану є віброакустичний контроль. Вивчено питання використання методів часо-частотного аналізу при обробці віброакустичних сигналів. Запропоновано використати перетворення Чої-Вільямса, за допомогою якого забезпечується краща роздільність інформаційних сигналів за рахунок усунення високочастотних шумів. Наведено структуру програмної частини системи вібраційного контролю стану підшипників та розроблено інформаційний модуль вібраційного контролю з використанням обраного перетворення. Продемонстровано результати опрацювання віброакустичних сигналів при проведенні моделювання типових дефектів підшипників типу тріщина і розбалансу. Сформовано висновки щодо отриманих результатів. Наукова новизна отриманих результатів полягає у доведенні ефективності використання перетворення Чої-Вільямса для дослідження стану підшипників ГПА на прикладі розглянутих модельних станів. Практичне значення полягає у розробці інформаційного модуля контролю технічного стану підшипників ГПА, яка дає можливість виявити діагностичні ознаки його стану. Подальші наукові дослідження будуть спрямовані на вивчення можливості використання вказаного підходу до обробки сигналів в режимі реального часу, а також формування бази даних образів різного роду дефектів функціональних елементів ГПА.

Ключові слова: інформаційний модуль, дефект, часо-частотне перетворення, контроль.

There are a number of unsolved scientific problems in vibration diagnostics, although the high level of its development. They are related to the development of technical equipment and methods of vibration control, in particular, vibration diagnostics of gas pumping unit. One of the power elements of the gas pumping unit is the bearings, the vibration state of the unit depends on their condition. There is conducted research on improving the vibroacoustic method of diagnosing the state of the gas pumping unit by processing signals that contain vibroacoustic information corresponding to different states of the bearings. The main purpose of the paper is to study the effectiveness of the application of the Choi-Williams transform for increasing the information of processing vibroacoustic signals in determining the state of bearing units of the gas pumping unit. There is shown the current state of diagnosis of bearing units. It is established that the most common method of determining the bearing current state is vibroacoustic control. The issue of using time-frequency analysis methods in the processing of vibroacoustic signals is studied. It is proposed to use the Choi-Williams transform for better signal detection and separation by eliminating high-frequency noise. The software structure of the vibration control system of the bearing unit state is given. An information module of vibration control was developed with the use of chosen transform. The results of vibroacoustic signal processing during modeling of typical bearing defects such as cracks and imbalances are demonstrated. Conclusions regarding the obtained results were formed. The scientific novelty of the obtained results occurred in proving the effectiveness of using the Choi-Williams transformation to study the condition of the bearing units of the GPA using the example of the presented model conditions. The development of an information module for monitoring the technical condition of bearing units of the HPA, which makes it possible to detect diagnostic signs of

the condition of the unit, becomes of practical importance. Further scientific research is aimed at studying the possibilities of using the given approach to signal processing in real time, as well as the formation of a database of images of various types of defects of functional elements of the GPA.

Key words: information module, defect, time-frequency transform, control.

Вступ

Газ по магістральних газопроводах повинен бути доставлений споживачам найоптимальнішим і економічно ефективним шляхом з дотриманням постійно зростаючих вимог по підвищенню надійності і безпеки поставок. Він транспортується по магістральних газопроводах під високим тиском (від 50 до 75 кг/см²). Для цього на відстані 100-150 км встановлюються проміжні компресорні станції, які відновлюють тиск газу на ділянці газопроводу до розрахункового значення. При цьому пропускна спроможність газопроводу зростає у декілька разів, а капітальні витрати збільшуються лише на 25-30% [1].

Ефективна експлуатація цього комплексу можлива при безвідмовному функціонуванні автоматизованої системи управління технологічними процесами компресорної станції, до складу якої входить і система автоматичного управління газоперекачувальним агрегатом (ГПА) [1]. Питання аналізу надійності газотранспортних систем, зокрема ГПА детально опрацьовано авторами [2]. На практиці широко застосовуються два підходи до визначення технічного стану складових ГПА [2-3]: параметричні методи (ґрунтуються на аналізі робочих параметрів системи, таких як температура, тиск на різних вузлах, частота обертання турбін, хімічний склад продуктів згорання) та віброакустичні (ґрунтуються на аналізі віброакустичних сигналів, що генерують функціональні складові ГПА).

Віброакустичний метод діагностування полягає у встановленні взаємозв'язку між зміною структурного параметру механізму (величиною зносу, зміною геометричних розмірів, тощо) і зміною характеристик віброакустичного сигналу, що генерується структурними елементами механізму в процесі його роботи. Так, при зносі механізмів чи виникненні в них дефектів порушуються кінематичні зв'язки між деталями, внаслідок чого змінюються і характеристики вібраційного сигналу.

Незважаючи на високий рівень розвитку вібраційної діагностики, існує ряд невирішених наукових проблем, пов'язаних із створенням технічних засобів і методів віброконтролю, зокрема, вібродіагностики ГПА і його окремих елементів. Одним із силових елементів ГПА є підшипники, стан яких визначає вібраційний стан агрегату в цілому. На даний час існує велика кількість методів для обробки і представлення діагностичної інформації стану підшипників агрегатів, проте не завжди ці методи забезпечують необхідну роздільну здатність, точність і необхідну швидкодію отримання необхідних даних.

Аналіз сучасних досліджень і публікацій

Іноді в процесі діагностування з використанням віброакустичних методів все ще застосовуються стандартні методи, зокрема побудова спектру вібросигналу за допомогою швидкого перетворення Фур'є [4]. Традиційний частотний аналіз не підходить для спостереження властивостей нестационарних сигналів. Це пов'язано з тим, що роздільна здатність за часом не визначена в перетворенні Фур'є [5]. Таким чином, існує потреба в методах, що реалізують спільні часо-частотні алгоритми аналізу.

У роботі [3] розглянуто сучасний стан методів обробки віброакустичних сигналів, таких як перетворення Фур'є, вейвлет-перетворення, штучні нейронні мережі, дискретне косинусне перетворення та автокореляційні функції. Авторами зроблено висновок, що жоден з розглянутих методів не дозволяє самотужки зробити висновок про технічний стан ГПА, що вимагає розробки системи діагностування, в якій буде використано декілька методів обробки віброакустичної інформації.

У роботі [5] обґрунтовано можливість застосування частотно-часових розподілів енергії вібросигналу для детального аналізу вібраційних процесів у відцентрових насосних агрегатах при наявності складних коливань в частотних спектрах вібросигналів. Зазначено, що застосування віброакустичних методів є

найбільш оптимальним варіантом з точки зору ефективності та простоти процедури проведення контролю, оскільки буде використовуватися лише один інформативний параметр – вібрація об'єкту дослідження, за зміною якої можна визначати практично усі поширені дефекти.

Практичні аспекти деяких репрезентативних частотно-часових методів аналізу описані в статтях [6-8]. Зокрема, вказано на використання перетворення Чої-Вільямса, яке дозволяє зменшити інтерферентне накладання, зберігаючи багато корисних функцій перетворення Вігнера-Віля. Це перетворення може значно пригнічувати накладання між компонентами сигналу в різні моменти часу та на різних частотах. Проте накладання між компонентами сигналу, що виникають в один і той же момент або мають однакову частотну складову залишаються на тому ж рівні, що і для перетворення Вігнера-Віля. При цьому швидкість перетворення Чої-Вільямса є відносно невеликою. Аналізуючи різні варіанти часо-частотних перетворень автори вказують на важливу роль даного класу перетворень для дослідження вібрації технічних об'єктів.

Висвітлення невіршених раніше частин загальної проблеми

Розглянемо декілька методів обробки віброакустичної інформації, а саме:

- спектральний аналіз [4];
- частотно-часове віконне перетворення [5-6];
- перетворення Вігнера-Вілля [5, 7];
- перетворення Чої-Вільямса [7, 8].

Діагностичною ознакою у всіх вище перерахованих перетвореннях є вібрація.

Спектральний аналіз – це метод обробки сигналів, що дозволяє виявити частотний склад сигналу. Виявлення підвищених амплітуд вібрації на частотах, які співпадають з частотами можливих пошкоджень елементів, резонансними частотами деталей, на частотах протікання робочого процесу допомагає виявити та ідентифікувати несправність на ранніх стадіях зародження і розвитку [7].

Частотно-часове віконне перетворення (ЧЧВП) представляє собою суму трьох послідовних радіоімпульсів з різними частотами без пауз, зі співвідношенням сигнал/шум, близьким до 1. Проте, недоліки ЧЧВП полягають у появі інтерференційного фону і помилкових піків енергії в умовах багатосигнальної дії та при дії шумів і перешкод, що приводять до значних спотворень реальної картини розподілу сигнальної енергії в координатах частота-час.

Перетворення Вігнера-Вілля – один з методів спектрально-часового аналізу нестационарних сигналів [5]. Цей розподіл є інструментом для частотного аналізу часових сигналів, він може інтерпретуватися як розподіл енергії сигналу як в частотному, так і часовому інтервалах.

Неспроможність існуючих методів здійснювати часову локалізацію сингулярностей сигналів може бути частково видалена введенням у перетворення так званої пересувної віконної функції, що має компактний носій. Тому, як альтернативне перетворення, було використано перетворення Чої-Вільямса (рис. 1), що дозволить добитись кращих результатів обробки діагностичної інформації про стан підшипників.

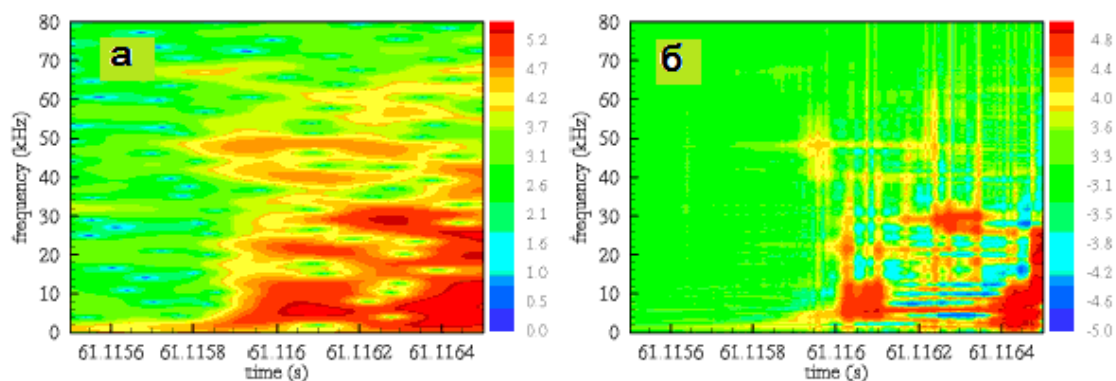


Рисунок 1 – Спектрограма (а) і перетворення Чої-Вільямса (б)

Спектрограма сигналу (рис. 1, а) містить значні горизонтальні і вертикальні хвилі в частотно-часовому спектрі. Горизонтальні хвилі викликані авто-умовами, які мають такий же частотний центр, вертикальні брижі відповідають авто-умовам, які мають такий же центр часу. Перетворення Чої-Вільямса зберігає властивості перетворення Вігнера-Вілля, зменшуючи при цьому вплив перехресної інтерференції [5,6]. Даний факт добре помітно на рис. 1, б.

За частотою відмов елементів і ГПА підшипники посідають друге місце після робочих лопаток, направляючих лопаток, ротора і діафрагми турбіни. У відсотковому представленні можливі несправності ГПА, що стосуються підшипників – це колодки підшипників (15,7 %), вкладиші підшипників (32,3 %). Для підшипників ГПА характерні несправності зносу та руйнування бабітової заливки. Найчастіше причинами несправностей є механічні домішки та підвищена температура масла, вібрація ротора, зменшення натягів вкладишів, осьові зрушення роторів [2].

На завершення слід зазначити, що існуючі методи діагностування не містять системного підходу до розробки методу діагностування підшипників ГПА, як окремої складової агрегату, і не завжди є ефективними з точки зору діагностики.

Виклад основного матеріалу дослідження

У результаті вивчення методів дослідження стану підшипників було вирішено на основі перетворення Чої-Вільямса розробити інформаційний модуль у програмному пакеті C++ Builder для обробки і представлення інформації про віброакустичний стан підшипника.

Інформаційний модуль вібраційного контролю стану підшипників дозволяє:

- введення і реєстрацію вібраційних сигналів на підшипниках ГПА;
- підсилення сигналів;
- неперервний контроль загального рівня віброшвидкості в діапазоні до 1000 Гц з метою формування аварійних і попереджувальних сигналів для системи керування агрегатом;
- обробку й аналіз з використанням комп'ютерної техніки вібраційних

характеристик підшипника ГПА і виведення графіків на монітор.

До складу системи вібраційного контролю стану підшипника входять:

- підпрограма введення вібросигналів у комп'ютер (драйвер);
- підпрограма візуального контролю вібраційного сигналу;
- підпрограма обчислення спектру;
- підпрограма для графічного відображення спектру на моніторі;
- підпрограма обчислення вібродіагностичних ознак;
- підпрограма аналізу вібродіагностичних ознак і визначення дефектних складових ГПА;
- підпрограма керування веденням бази даних вібродіагностичних параметрів і результатів діагностування.

Перетворення Чої-Вільямса є ефективним методом дослідження нелінійних хвильових процесів, фрактальних сигналів і сигналів з особливостями та визначається формулою 1:

$$\Phi(\vartheta, \tau) = \exp\left(-\frac{(\pi\vartheta\tau)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

де σ – параметр;

τ, ϑ – змінні функції.

Це ядро перетворення при $\Phi(0, \tau) = \Phi(\vartheta, 0) = 1$ показує, що обидві межі є справедливими. Показникове ядро пересікає перехресні умови і створене двома функціями, які мають як різний час, так і частотні центри. Параметр σ керує швидкістю розпаду і, якщо параметр зменшується, вплив зменшується. З іншого боку, коли σ прямує до безмежності, ми отримуємо перетворення Вігнера-Вілля, тобто маємо вибір із альтернативних варіантів при заданні параметру σ .

На графіку (рис. 2) у верхній його частині зображено спектрограму, а у нижній частині – перетворення Чої-Вільямса, таке поєднання дозволяє оцінити переваги і недоліки обох перетворень в порівнянні. Як бачимо перетворення Чої-Вільямса забезпечує кращу роздільність, тим самим забезпечується краща інформативність. Окрім того усуваються високочастотні шуми, що і забезпечує додаткове підвищення інформативності.

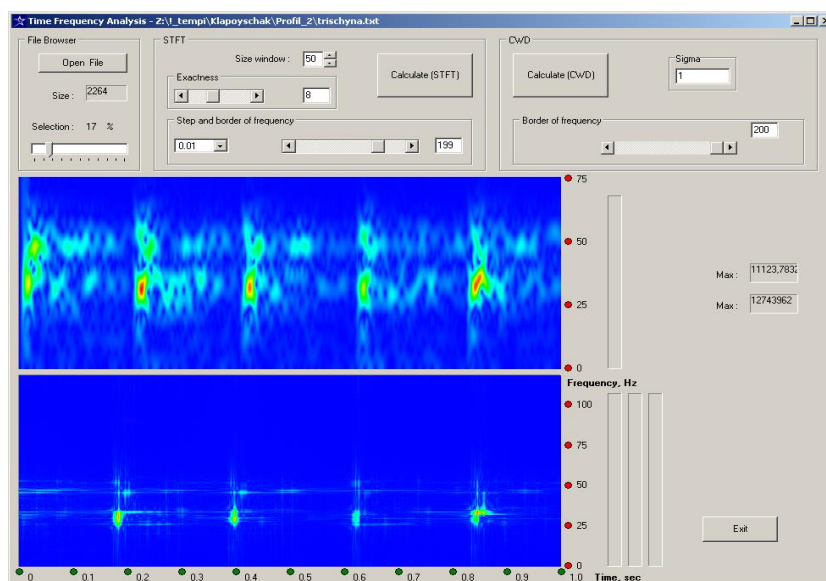


Рисунок 2 – Вікно програми для перетворення Чої-Вільямса

Як результат, написана програма для перетворення Чої-Вільямса містить широкий спектр параметрів налаштування, що дозволяє провести точне налаштування, забезпечити при цьому певну точність і швидкодію, а також відтворити окремих фрагмент сигналу.

Для проведення експерименту спочатку було проведено дослідження нормальної роботи підшипника при різних частотах дослідження. У результаті обробки вимірювальної інформації було отримано наступні результати, показані на рис. 3-4. Оскільки вимірювальна інформація в деяких точках і в деяких напрямках є ідентичною, то зображаються лише ті результати обробки, що відрізняються один від одного. Це пояснюється відповідно корельованістю сигналів.

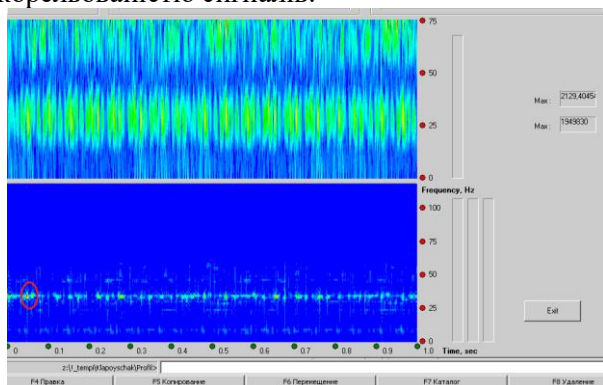


Рисунок 3 – Дослідження нормальної роботи силових підшипників при частоті 80 Гц

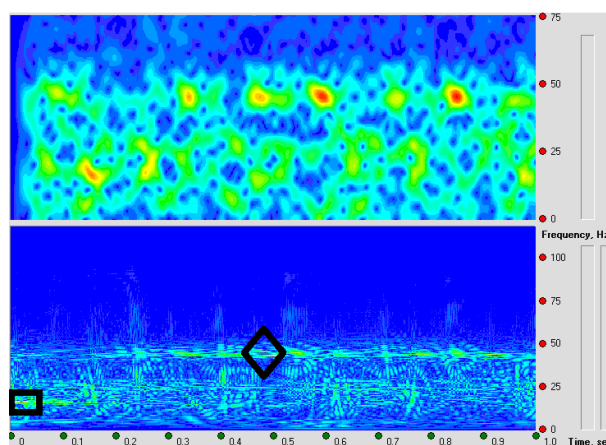


Рисунок 4 – Дослідження нормальної роботи силових підшипників при частоті 140 Гц

У результаті дослідження (рис. 3-4) можна зробити висновок, що чим більша частота дослідження, тим краще дослідити вплив вібрації. Графік (рис. 3) стає більш насиченим і краще можна прослідкувати інтенсивність прояву частоти в певний проміжок часу, на графіку інтенсивність прояву частоти проявляється у вигляді крапки (позначено колом на рис. 3). Також можна прослідкувати появу гармонік сигналу – основна гармоніка і першої складової основної гармоніки прояву інтенсивності частоти.

Присутність основної гармоніка – це частота роботи нагнітача (24 Гц, чорний прямокутник на рис. 4), а також перша складова основної гармоніки (≈ 48 Гц, чорний ромб на

рис. 4), присутні незначні шуми в частотах, що лежать між основною і першою складовою основної гармоніки. Максимуми в цих перетвореннях є невеликі. Вібраційна навантаженість підшипника є незначною в усталеному режимі. Всі ці факти свідчать про нормальну роботу підшипників ГПА.

На наступному етапі проведено дослідження підшипника з тріщиною на поверхні (рис. 5-6). Даний дефект виникає внаслідок виробничого або експлуатаційного факторів, ерозійного зношення та механічного пошкодження [8].

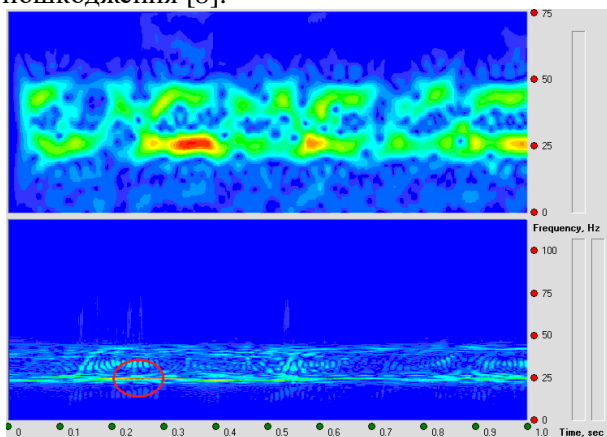


Рисунок 5 – Дослідження тріщини силових підшипників при частоті 60 Гц

Графіки рис. 6-7 містять специфічний прояв вказаного дефекту і засвідчують достатньо високу спроможність методу Чої-Вільямса до розпізнавання специфічних дефектів і їх наслідків. Також можна зробити висновки, що наведені результати на рис. 5-6 демонструють кращу можливість дослідження впливу вібрації зі зменшення частоти [8].

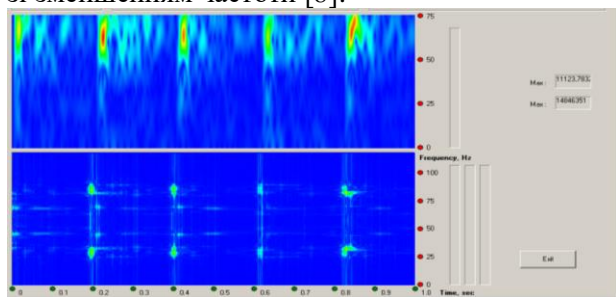


Рисунок 6 – Дослідження тріщини силових підшипників при частоті 100 Гц

Наступний етап – проведення дослідження роботи підшипника під час середнього розбалансу при різних частотах. Причинами

виникнення даного дефекту є ослаблення кріплень та несвоєчасна заміна фільтрів [8]. У результаті проведених вимірювань і обробки даних, було отримано результати, які зображені на рис. 7-8.

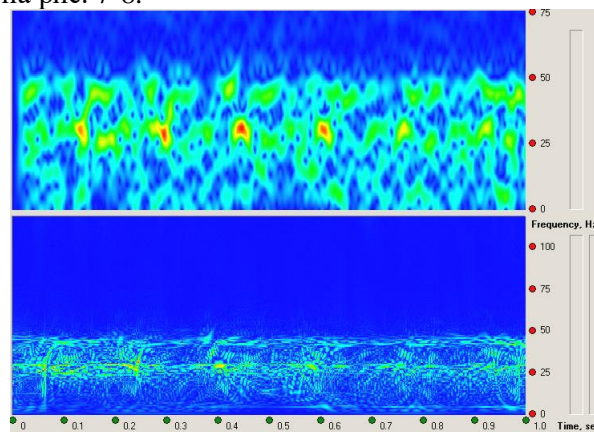


Рисунок 7 – Дослідження роботи силових підшипників під час середнього розбалансу при частоті 80 Гц

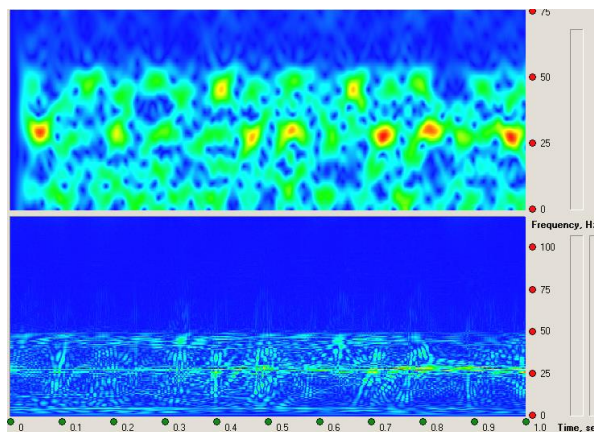


Рисунок 8 – Дослідження роботи силових підшипників під час середнього розбалансу при частоті 100 Гц

На графіках домінує основна гармоніка, а також присутня із значно меншою інтенсивністю перша складова основної гармоніки. Максимум перетворення є значним, що свідчить про необхідність проведення балансування заміни підшипників, якщо б це мало місце в реальних умовах [8].

Також було проведено досліді при зміні параметра σ для нормальної роботи і під час середнього розбалансу підшипників. У результаті досліді можна зробити висновки, що при збільшенні σ графік стає більш розпливчастим і нечітко проявляються

гармоніки, які показують стан досліджуваного об'єкта. Результати дослідження показані нижче (рис. 9-10).

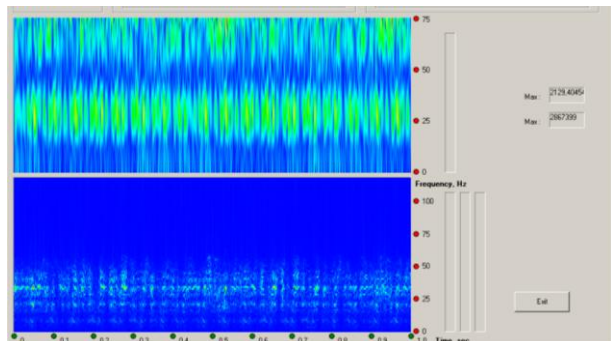


Рисунок 9 – Дослідження нормальної роботи силових підшипників при частоті 80 Гц і $\sigma = 1000$

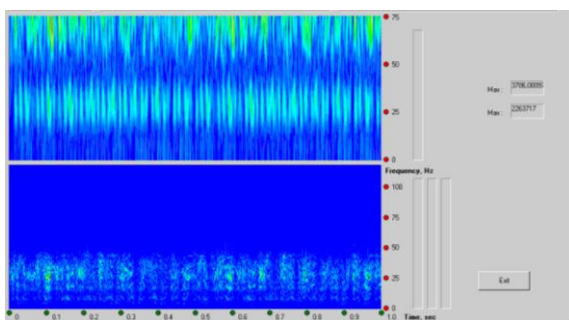


Рисунок 10 – Дослідження роботи силових підшипників під час середнього розбалансу при частоті 80 Гц і $\sigma = 1500$

Дослідження нормальної роботи силових підшипників при частоті 100 Гц і $\sigma = 1000$ приведено на рис. 11.

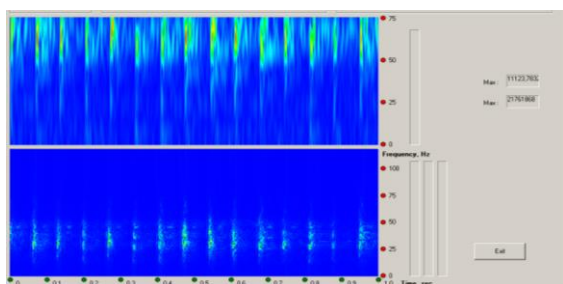


Рисунок 11 – Дослідження тріщини силових підшипників при частоті 100 Гц і $\sigma = 1000$

Отже, за результатами дослідження віброакустичної картини прояву дефектів силових підшипників типу тріщина і розбалансу за результатами застосування обраного часо-частотного перетворення Чої-Вільямса вдається однозначно ідентифікувати змодельовані

дефекти в порівнянні з нормальним станом функціонування вказаного підшипника.

Висновки

Основні результати роботи полягають в наступному:

- проведений аналіз сучасних досліджень і публікацій діагностування технічного стану підшипника ГПА показав відсутність системного підходу до розробки методу діагностування окремих його складових;
- методологічні передумови використання перетворення Чої-Вільямса дозволили розробити інформаційний модуль у програмному пакеті C++ Builder для вібраційного контролю стану підшипника;
- розроблено алгоритм роботи програми віброконтролю підшипникових елементів ГПА;
- у результаті проведених досліджень були отримані такі результати: перетворення Чої-Вільямса (рис. 1-3) несе більше інформації про технічний стан підшипників, ніж спектограми (рис. 2-3, 6, 10-11). Це пояснюється тим, що перетворення Чої-Вільямса містить в собі функціональне ядро, яке зменшує вплив шуму на дослідження вібрації, відсутній вплив похибки (рис. 3-12); встановлено, що чим менша частота і σ дослідження, тим краще дослідити вплив вібрації (рис. 3-121).

Наукова новизна отриманих результатів полягає у доведенні ефективності використання перетворення Чої-Вільямса для дослідження стану підшипників ГПА на прикладі розглянутих модельних станів.

Практичне значення отриманих результатів полягає у розробці інформаційного модуля контролю технічного стану підшипників ГПА, яка дає можливість виявити діагностичні ознаки його стану.

Подальші наукові дослідження будуть спрямовані на вивчення можливості використання вказаного підходу до обробки сигналів в режимі реального часу, а також формування бази даних образів різного роду дефектів функціональних елементів ГПА.

Список використаних джерел

1. Ільченко Б. С. Діагностування функціонально-технічного стану газоперекачувальних агрегатів: монографія. – Харків: ХНАМГ, 2011. 228 с.

2. Підвищення надійності газотранспортних систем: монографія / Б. В. Копей, А. Бенмуна, В. І. Слободян, А. Беллауар, С. І. Галій, Д. Халімі, А. М. Найда. – Серія «Нафтогазове обладнання», том 8 – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2012.– 300 с. URL: <https://core.ac.uk/download/73907232.pdf>

3. Ольховський А. О., Заміховський Л. М., Мірзоєва О. Ю., Шатан М. В. Проектування системи діагностування технічного стану газоперекачувального агрегату на основі аналізу існуючих методів обробки віброакустичних сигналів. *Таврійський науковий вісник*. Серія: Технічні науки, 2022 (4), 11-19. <https://doi.org/10.32851/tnv-tech.2022.4.2> URL: <http://journals.ksauniv.ks.ua/index.php/tech/article/view/265/244>

4. Паньків Ю. В. Дослідження вібраційних процесів у відцентрових насосних агрегатах з метою контролю динаміки розвитку дефектів їх робочих коліс та між ступінчатих ущільнень. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2013. №4(49). С. 74-80.

5. Choi-Williams distribution in linear canonical domains and its application in noisy LFM signals detection. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1007570419303442>.

6. Вишнівецький О. В. Аналіз сигналів на базі перетворень Вігнера та Чої-Вільямса в методах дистанційного радіозондування геокосмосу : автореф. дис. канд. Харків, 2012. 24 с.

7. Majkowski Andrzej, Kołodziej Marcin, Rak Remigiusz Joint Time-Frequency And Wavelet Analysis-An Introduction. *Metrology and Measurement Systems*. 2014. Volume 21. PP. 741-758. DOI: 10.2478/mms-2014-0054. URL: https://www.researchgate.net/publication/269463091_Joint_Time-Frequency_And_Wavelet_Analysis-An_Introduction

8. Ковалів Є. О. Оптимізація роботи газоперекачувальних агрегатів з різними типами приводів. *Нафтогазова енергетика*. 2007. №2 (3). С. 80-86.

References

1. Il'chenko B. S. Diagnostuvannya funktsional'no texnichnogo stanu gazoperekachuval'nykh agregativ: monografiya. Kharkiv: XNAMG, 2011. – 228 s. [in Ukrainian]

2. Pidvyshchennya nadiynosti hazotransportnykh system: monohrafiya / B. V. Kopey, A. Benmuna, V. I. Slobodyan, A. Bellauar, S. I. Haliy, D. Khalimi, A. M. Nayda. – Seriya «Naftohazove obladnannya», tom 8 – Ivano-Frankivs'k: IFNTUNH, 2012.– 300 s. URL: <https://core.ac.uk/download/73907232.pdf> [in Ukrainian]

3. Ol'khovs'kyy A. O., Zamikhovs'kyy L. M., Mirzoyeva O. YU., Shatan M. V. Proektuvannya systemy diahnostuvannya tekhnichnogo stanu hazoperekachuval'noho ahrehatu na osnovi analizu isnuuyuchykh metodiv obrobky vibroakustychnykh syhnaliv. *Tavriys'kyu naukovyy visnyk*. Seriya: Tekhnichni nauky, 2022 (4), 11-19. <https://doi.org/10.32851/tnv-tech.2022.4.2> URL: <http://journals.ksauniv.ks.ua/index.php/tech/article/view/265/244> [in Ukrainian]

4. Pan'kiv YU. V. Doslidzhennya vibratsiynykh protsesiv u vidtsentrovyykh nasosnykh ahrehatakh z metoyu kontrolyu dynamiky rozvytku defektiv yikh robochykh kolis ta mizh stupinchatykh ushchil'nen'. *Rozvidka ta rozrobka naftovykh i hazovykh rodovyshch*. 2013. №4(49). S. 74-80. [in Ukrainian]

5. Choi-Williams distribution in linear canonical domains and its application in noisy LFM signals detection. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1007570419303442>.

6. Vyshnievetskyi O. V. Analysis of signals based on Wigner and Choi-Williams transformations in the methods of remote radio sensing of the geospace: autoref. thesis Ph.D. Kharkiv, 2012. 24 p.

7. Majkowski Andrzej, Kołodziej Marcin, Rak Remigiusz Joint Time-Frequency And Wavelet Analysis-An Introduction. *Metrology and Measurement Systems*. 2014. Volume 21. PP. 741-758. DOI: 10.2478/mms-2014-0054. URL: https://www.researchgate.net/publication/269463091_Joint_Time-Frequency_And_Wavelet_Analysis-An_Introduction

8. Kovaliv YE. O. Optyimizatsiya roboty hazoperekachuval'nykh ahrehativ z riznymy typamy pryvodiv. *Naftohazova enerhetyka*. 2007. №2 (3). S. 80-86. [in Ukrainian]