



Прийнято 10.02.2026. Прорецензовано 27.04.2026. Опубліковано 30.05.2026.

УДК 621.31

DOI: 10.31471/1993-9981-2026-1(56)-23-32

ЗМЕНШЕННЯ ЧИСЛОВИХ МАСИВІВ У РОЗРАХУНКАХ ЗАДАЧ МАГНІТОМЕТРІЇ

Шарейко Д. Ю.

Канд. техн. наук, доцент

Національний Університет Кораблебудування ім. адмірала Макарова

54007, м. Миколаїв, проспект Героїв України 9, Україна

<https://orcid.org/0009-0000-6460-9331>

e-mail: dshareyko.mk@gmail.com

Тодосієнко А. М.

Аспірант

Національний Університет Кораблебудування ім. адмірала Макарова

54007, м. Миколаїв, проспект Героїв України 9, Україна

<https://orcid.org/0009-0003-3692-4723>

e-mail: atodosienko@gmail.com

Мардзявко В. А. *

Асистент

Миколаївський національний аграрний університет

54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе 9, Україна

<https://orcid.org/0000-0001-7327-9215>

e-mail: vitalijmardzavko@gmail.com

Руденко А. Ю.

Асистент

Миколаївський національний аграрний університет

54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе 9, Україна

<https://orcid.org/0000-0002-5103-6412>

e-mail: rudenkoau@mna.edu.ua

Анотація. У статті розглянуто проблему зменшення обсягу числових масивів при розрахунках магнітних полів у магнітометрії, пов'язаних з обробкою великих експериментальних даних і значними обчислювальними ресурсами. Актуальність дослідження обумовлена необхідністю підвищення ефективності математичного моделювання та інтерпретації магнітних аномалій для пошуку і локалізації феромагнітних об'єктів природного

Запропоноване посилання: Шарейко, Д. Ю., Тодосієнко, А. М., Мардзявко, В. А. & Руденко, А. Ю. (2026). Зменшення числових масивів у розрахунках задач магнітометрії. *Методи та прилади контролю якості*, 1(56), 23-32. doi: 10.31471/1993-9981-2026-1(56)-23-32

* Відповідальний автор



або техногенного походження. Метою роботи є розробка підходу, що зменшує обсяг обчислювальних масивів шляхом переходу від просторового опису поля точкового джерела до його еквівалентного представлення у площині вимірювальної сітки. Проаналізовано існуючі методи апроксимації магнітного поля - дипольний, мультипольний та сферичний гармонічний аналіз - та показано, що вони потребують обробки великих масивів даних. Запропоновано модель, у якій магнітне поле локального об'єкта з власним магнітним моментом апроксимується полем точкового диполя на відстанях, більших за характерні розміри об'єкта. На основі аналітичного опису потенціалу та його похідних встановлено зв'язок між тривимірним розподілом поля та його проєкціями у площині вимірювань. Використання еквівалентного розподілу вторинних джерел у вузлах сітки дозволяє зменшити розмірність задачі, скоротити кількість розрахункових параметрів та знизити вимоги до пам'яті. Результати демонструють прискорення обчислень і підвищення ефективності обробки магнітометричних даних. Підхід може застосовуватися у геофізичній розвідці, пошуку підводних або підземних феромагнітних об'єктів та автоматизованому аналізі магнітних вимірювань. Подальші дослідження доцільно спрямувати на розвиток методу для складніших конфігурацій джерел та інтеграцію з сучасними чисельними алгоритмами. Запропонований підхід створює передумови для побудови високопродуктивних магнітометричних систем із можливістю оперативної обробки великих масивів даних у реальному масштабі часу.

Ключові слова: магнітометрія, магнітне поле, точковий диполь, математична модель, обчислювальні методи, магнітна індукція, обернені задачі, геофізичні вимірювання.

Вступ

Методологічні аспекти інтерпретації геофізичних даних стали об'єктом пильної уваги, певною мірою, у зв'язку з широким впровадженням в науково-виробничу практику засобів сучасної обчислювальної техніки і розвитком ідей системного аналізу експериментальних даних [1,2]. Разом з тим розробка цих ідей дала істотний вплив на постановку й методику розв'язання інтерпретаційних завдань, дозволила не тільки визначити роль і місце подібних методичних прийомів інтерпретаційного процесу, але і більш строго підійти до оцінки достовірності результативних висновків. Інтерпретація магнітних аналогій полягає в знаходженні причин, що викликають ту чи іншу аномалію. Причиною будь якої аномалії, є феромагнітні породи, або локальні магнітні об'єкти, тобто об'єкти, що володіють магнітними властивостями. Завдання зводиться, в кінцевому рахунку, до встановлення складу цих об'єктів і до визначення їх розмірів і глибини знаходження, тобто координат. Тому цільова функція інтерпретації – встановлення відповідності між досліджуваними аномаліями магнітного поля і джерелами, що породжують ці аномалії. Інтерпретація, що визначається як багатостадійний процес вилучення з результатів спостережень інформації про джерело аномального магнітного поля Землі, включає в себе процедури аналізу і синтезу. Під процедурами аналізу розуміються формалізовані прийоми перетворення сукупності вимірюваних значень поля в

сукупності параметрів, що характеризують розподіл джерел. Під процедурами синтезу – частково формалізовані чи неформалізовані елементи інтерпретаційного процесу, такі, наприклад, як формування апріорних уявлень про джерела або ототожнення останніх з тими або іншими геологічними об'єктами. У загальному випадку інтерпретація аномалій являє собою не тільки рішення зворотної задачі магнітометрії, але і визначення тих порід, які викликають аномалії.

Мета роботи – полягає у розробленні та обґрунтуванні математичної моделі, яка дозволяє зменшити обсяг числових масивів при розрахунках магнітного поля локальних об'єктів у задачах магнітометрії шляхом переходу від просторового опису поля точкового джерела до його еквівалентного площинного представлення.

Аналіз сучасних закордонних і вітчизняних досліджень та публікацій

У основі методів магнітометрії лежить можливість апроксимувати магнітне поле феромагнітних порід або локальних об'єктів за деякими апріорі обраними системами функцій, які прямо або не посередньо характеризують розподіл відповідних магнітних збуджуючих джерел. При цьому самі джерела в принципі можуть бути фіктивними, а основна вимога полягає у забезпеченні належної точності апроксимації поля. У магнітометрії моделювання головного і аномального магнітного поля Землі і

магнітного поля локальних об'єктів (затонулих кораблів, трубопроводу і т. д.) поділяються на три класи [3]: дипольний аналіз, мультипольний аналіз та сферичний гармонічний аналіз (СГА). Особливу значимість ці моделі набули в останнє десятиліття в зв'язку з інтенсивним розвитком методів обробки вимірювань на ЕОМ, створення автоматизованих банків і баз даних, що прийшли на зміну традиційним способам представлення інформації у формі каталогів і світових магнітних карт. Дипольний аналіз – апроксимація аномального магнітного поля Землі або магнітного поля локальних об'єктів, полями центрального та кінцевого числа ексцентричних диполів – в геометричному відношенні найбільш наочний і дозволяє ототожнювати магнітні збуджуючі джерела з полями кільцевих струмів, які при відповідному виборі параметрів мало відрізняються від дипольних полів. Зазвичай використовуються моделі, що містять обмежене число ексцентричних диполів[4-7].

Мультипольний аналіз заснований на поданні магнітного поля феромагнітних порід або локальних об'єктів сукупністю диполя, квадруполя, октуполя і мультиполів більш високих порядків. В аналітичних моделях головного магнітного поля мультипольний аналіз застосовується головним чином для вивчення SV-варіацій. Це відтворюється у формі поворотів осей мультиполів і змін їх моментів. Синтез мультипольних моделей здійснюється на основі моделей СГА - найбільш універсального і зручного з практичної точки зору методу апроксимації головного магнітного поля. В основі СГА лежить можливість представлення рішення рівняння Лапласа, що переписано в сферичних координатах, до виду розкладання за сферичними функціями. У розрахунках задача приводить до лінійних рівнянь відносно коефіцієнтів та розв'язується методом найменших квадратів, або інтегральними методами, заснованими на властивості ортогональності сферичних функцій. В сучасних моделях СГА статистично значущими є перші 8-12 членів сферичного гармонічного ряду. Різниця в кількості та якості вихідного експериментального

матеріалу, різна довжина синтезованих рядів, а також неоднакова методика розрахунку призводить до великого розкиду значень коефіцієнтів для сучасних моделей СГА. Між тим потреби практичної магнітометрії вимагають використання уніфікованої моделі головного магнітного поля, що забезпечує сумісність результатів супутникових, аеромагнітних і морських магнітних зйомок. Отже потрібно створити математичний модель за допомогою якої можна значно зменшувати обчислювальні масиви. Це в свою чергу призведе до суттєвого скорочення машинного часу.

Висвітлення невирішених раніше частин загальної проблеми

Незважаючи на значну кількість досліджень, присвячених моделюванню та інтерпретації магнітних полів, ряд аспектів цієї проблеми залишається недостатньо вирішеним. Існуючі методи апроксимації магнітного поля, зокрема дипольний, мультипольний та сферичний гармонічний аналіз, забезпечують достатню точність опису поля, проте потребують опрацювання значних масивів експериментальних даних та виконання великої кількості обчислювальних операцій. Це призводить до зростання вимог до обчислювальних ресурсів і часу розрахунків, особливо при обробці результатів магнітометричних вимірювань на щільних вимірювальних сітках. Крім того, у багатьох практичних задачах магнітометрії виникає необхідність оперативного визначення координат і параметрів локальних феромагнітних об'єктів, що ускладнюється великою розмірністю математичних моделей. У зв'язку з цим недостатньо дослідженим залишається питання розроблення таких математичних підходів, які б дозволяли зменшити обсяг числових масивів при розрахунках магнітних полів без істотної втрати точності результатів. Тому актуальним є пошук методів, що забезпечують перехід від просторового опису магнітного поля до більш компактного представлення, здатного суттєво зменшити обчислювальну складність задач магнітометрії.

Формулювання цілей статті

Метою даної статті є розроблення математичного підходу, що дозволяє зменшити обсяг числових масивів при розрахунках магнітного поля локальних об'єктів у задачах магнітометрії. Для досягнення поставленої мети у роботі розглядається задача апроксимації магнітного поля феромагнітних об'єктів, які мають власний магнітний момент, за допомогою моделі точкового диполя. Особлива увага приділяється можливості переходу від просторового опису поля до його еквівалентного представлення на площині вимірювальної сітки.

Для реалізації поставленого завдання використано методи математичного моделювання магнітного поля, аналітичного перетворення потенціальних функцій та апарат векторного аналізу. На основі аналізу співвідношень для потенціалу та компонент вектора магнітної індукції отримано залежності, що дозволяють перейти від тривимірної постановки задачі до її площинного представлення. Такий підхід дає можливість спростити обчислювальні процедури, скоротити час розрахунків та зменшити вимоги до обсягу машинної пам'яті при розв'язанні задач інтерпретації магнітометричних вимірювань.

Висвітлення основного матеріалу дослідження

У роботі розглядається метод в основі якого лежить можливість апроксимувати магнітне поле локальних об'єктів, що мають власний магнітний момент (таких, як затонулий корабель, продуктопроводи, поклади корисних копалин та ін), на відстанях, що перевищують їх розміри, магнітним полем точкового диполя. Розташування магнітного диполя однозначно визначається вектором магнітної індукції і його просторовими похідними в деякій точці навколишнього простору. Для здійснення спостереження за просторовим переміщенням об'єкта і визначення його координат необхідно мати результати вимірювань характеристик магнітного поля і відповідну обробку цих результатів. Ці результати складають базу даних для вирішення оберненої задачі магнітометрії. Обчислюється

магнітна індукція на площині, у вузлах обмеженої прямокутної сітки, від точкового диполя довільної орієнтації в просторі. Потім результати розрахунку поширюються на нескінченну сітку вимірів за методикою, що наведена у [8,9]. До характеристик магнітного поля диполя, безпосередньо вимірюваним при сучасному рівні магнітовимірювальної техніки відносний вектор магнітної індукції:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{3(\vec{M} \cdot \vec{R}) \cdot \vec{R}}{R^5} - \frac{\vec{M}}{R^3} \right], \quad (1)$$

де \vec{M} - вектор магнітного моменту диполя;
 \vec{R} - в точку вимірювання, з модулем R ;

μ_0 - магнітна постійна.

Для довільної декартової системи координат X, Y, Z з центром в точці розміщення диполя (рис. 1) рівняння (1) може бути записана в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi R^5} \times \begin{bmatrix} 3R_x^2 - R^2 & 3R_x R_y & 3R_x R_z \\ 3R_y R_x & 3R_y^2 - R^2 & 3R_y R_z \\ 3R_z R_x & 3R_z R_y & 3R_z^2 - R^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де $B(\cdot)$, $R(\cdot)$, $M(\cdot)$, - проєкції відповідних векторів на осі декартової системи координат X, Y, Z . Виходячи з (2) визначаємо проєкції вектора магнітної індукції на осі декартової системи координат Індукція обчислюється у вузлах обмеженою сітки і на границі сітки.

Декартову систему координат вибираємо таким чином, що вимірювальна сітка знаходиться в площині XOY , а диполь віддалений від неї на деяку координату Z . В цьому випадку для обмеженої сітки справедливо:

$$\text{div} \vec{B} = 0, \quad (3)$$

або

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

де B_x, B_y, B_z проєкції вектора \vec{B} на відповідні осі декартової системи координат.

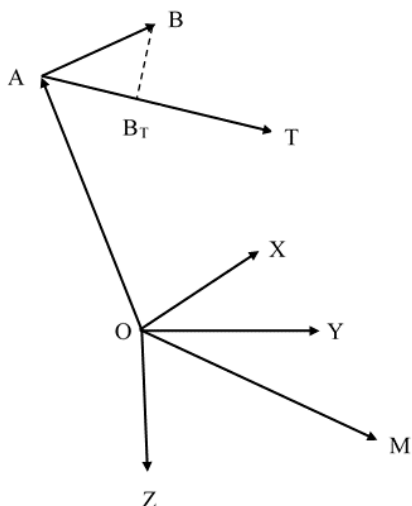


Рисунок 1 – Векторне співвідношення вимірюваних характеристик поля магнітного диполя

Оскільки вихідними даними є розподіл індукції, на необмеженій сітці в площині XOY , має сенс для зручності і простоти розрахунку перейти від просторової задачі до площинної. Це дозволить не лише зберегти машинну пам'ять, а і значно скоротити час обчислень [9, 10]. Тоді:

$$\operatorname{div} \vec{B}_n = \rho, \quad (5)$$

де \vec{B}_n - магнітна індукція в площині XOY ,

ρ - поверхнева щільність заряду вторинних джерел, у вузлах сітки.

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = \rho, \quad (6)$$

де B_x, B_y - проекції вектора \vec{B}_n на відповідні осі декартової системи координат.

Запишемо (4) у вигляді:

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial z}, \quad (7)$$

Припустимо, що

$$-\frac{\partial B_z}{\partial z} = \rho, \quad (8)$$

Доведемо це припущення. Для доказу виберемо точковий заряд в просторі (рис. 2). Потенціал від якого в будь-якій точці буде визначатися, як:

$$\varphi = \frac{1 \cdot q}{4\pi r}, \quad (9)$$

де q - точковий заряд;

r - відстань від точкового заряду до точки, в якій обчислюється потенціал:

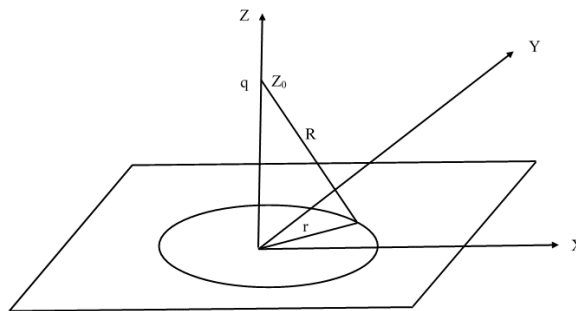


Рисунок 2 – Розташування точкового заряду в обраній системі координат

$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}, \quad (10)$$

де x, y, z - координати поточної точки,

x_0, y_0, z_0 - координати точкового заряду.

Задача має дослідницький характер і тому для зручності розрахунків прийемо магнітну проникність рівну 1. В цьому випадку:

$$\vec{B}_n = -\operatorname{grad} \varphi, \quad (11)$$

$$B_z = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1 \cdot q}{4\pi r} \right),$$

$$B_z = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{q(z-z_0)}{r^3} \right). \quad (12)$$

Аналогічно визначимо:

$$B_y = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{q(y-y_0)}{r^3} \right), \quad (13)$$

$$B_x = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{q(x-x_0)}{r^3} \right). \quad (14)$$

Ми припустили, що $\rho = -\partial B_z / \partial z$, отже:

$$\begin{aligned} \rho &= -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{4\pi} \frac{q(z-z_0)}{r^3} \right) = \\ &= -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{q \cdot r^3 - q(z-z_0) \left(3r^2 \frac{z-z_0}{r} \right)}{r^6} \right); \\ \rho &= -\frac{1}{4\pi} \frac{q \cdot r^3 - q(z-z_0)(3r(z-z_0))}{r^6} = \\ &= -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{q}{r^3} - \frac{3q(z-z_0)^2}{r^5} \right); \\ \rho &= -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{q}{r^3} - \frac{3q(z-z_0)^2}{r^5} \right). \quad (15) \end{aligned}$$

На площині потенціал виразиться:

$$\varphi_n = \frac{1}{2\pi} \int p \ln \frac{1}{r_n} dS, \quad (16)$$

де $r_n = \sqrt{(x_p - x_m)^2 + (y_p - y_m)^2}$,

де x_p, y_p - координати поточної точки;
 x_m, y_m - координати точки слідкування.

$$\begin{aligned} B_x &= -\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2\pi} \int p \ln \frac{1}{r_n} dS = \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2\pi} \int p \ln \frac{1}{r_n} dS = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int p \frac{1}{r_n} \cdot \frac{1}{2r_n} \cdot 2(x_p - x_m) dS = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int p \frac{(x_p - x_m)}{r_n^2} dS, \\ B_x &= \frac{1}{2\pi} \int p \frac{(x_p - x_m)}{r_n^2} dS, \quad (17) \end{aligned}$$

Аналогічно:

$$B_y = \frac{1}{2\pi} \int p \frac{(y_p - y_m)}{r_n^2} dS. \quad (18)$$

Якщо розрахунок поля по (13) та (14) еквівалентний розрахунку поля по (17) та (18) то рівняння (8) доведено.

$$\begin{aligned} \int \operatorname{div} \vec{B}_n dS &= \int \vec{B}_n \vec{n} dl, \\ \int \vec{B}_n \vec{n} dl &= \int \rho dS, \quad (19) \end{aligned}$$

Підставляючи (18) в (19) отримаємо:

$$\vec{B}_n \vec{n} \cdot 2\pi r = -\int \frac{\partial B_z}{\partial z} dS. \quad (20)$$

Підставляючи (15) в (20) отримаємо:

$$\vec{B}_n \vec{n} \cdot 2\pi r = -\frac{1}{4\pi} \int q \left(\frac{1}{R^3} - \frac{3(z-z_0)}{R^5} \right) \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi,$$

де $r = \sqrt{R^2 - (z - z_0)^2}$,

На рисунку 2 зображено геометричну схему розташування точкового заряду q відносно площини вимірювань у декартовій системі координат X, Y, Z . Заряд розташований на осі Z на відстані z_0 від площини XOY , яка розглядається як площина спостереження або вимірювальної сітки. У цій площині вибирається довільна точка спостереження, положення якої відносно початку координат визначається радіус-вектором r . Відстань від точкового заряду до точки спостереження визначається просторовим радіус-вектором R . Така геомет-

рична постановка задачі дозволяє встановити аналітичні співвідношення між потенціалом та компонентами поля у просторі і їх проекціями на площину вимірювань. Використання цієї схеми є основою для подальшого переходу від тривимірного опису поля точкового джерела до його еквівалентного площинного представлення, що дає можливість спростити математичну модель і зменшити обсяг обчислень при розв'язанні задач магнітометрії.

$$\begin{aligned} \vec{B}_n \vec{n} \cdot 2\pi r &= -\frac{1}{4\pi} \int q \left(\frac{1}{R^3} - \frac{3(z-z_0)}{R^5} \right) \times \\ &\times \frac{\sqrt{R^2 - (z-z_0)^2}}{2\sqrt{R^2 - (z-z_0)^2}} \cdot 2R \cdot dR \cdot d\varphi, \\ \vec{B}_n \vec{n} \cdot 2\pi r &= -\frac{1}{4\pi} \int q \left(\frac{1}{R^3} - \frac{3(z-z_0)}{R^5} \right) R \cdot dR \cdot d\varphi, \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int q \frac{1}{R^3} \cdot R \cdot dR \cdot d\varphi = \\ &= -\frac{1}{4\pi} 2\pi \int_{(z-z_0)}^{\sqrt{r^2 + (z-z_0)^2}} \frac{1}{R^2} dR = \\ &= \frac{q}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-z_0)^2}} - \frac{1}{(z-z_0)} \right) = \\ &= \frac{q}{2} \frac{(z-z_0) - \sqrt{r^2 + (z-z_0)^2}}{(z-z_0)\sqrt{r^2 + (z-z_0)^2}}, \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int q \frac{3(z-z_0)}{R^5} \cdot R \cdot dR \cdot d\varphi = \\ &= -\frac{1}{4\pi} 2\pi \int_{(z-z_0)}^{\sqrt{r^2 + (z-z_0)^2}} \frac{q3(z-z_0)^2}{R^4} dR = \\ &= \frac{q(z-z_0)^2}{2} \left(\frac{1}{\left(\sqrt{r^2 + (z-z_0)^2} \right)^3} - \frac{1}{(z-z_0)^3} \right) = \\ &= (z-z_0)^2 \frac{q}{2} \frac{(z-z_0)^3 - \left(\sqrt{r^2 + (z-z_0)^2} \right)^3}{(z-z_0)^3 \left(\sqrt{r^2 + (z-z_0)^2} \right)^3}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\pi r \cdot \overline{B_n} \cdot n &= \frac{q(z-z_0) - R}{2(z-z_0) \cdot R} - \\
&= \frac{q(z-z_0)^2 - \left((z-z_0)^3 - R^3 \right)}{2(z-z_0)^3 \cdot R^3} = \\
&= \frac{q}{2} \left\{ \left((z-z_0) - R \right) \cdot \left((z-z_0)^3 - R^3 \right)^2 - \right. \\
&\quad \left. - \left((z-z_0)^2 \cdot \left((z-z_0)^3 - R^3 \right) \right) \right\} \times \\
&\quad \times \left\{ (z-z_0)^3 \cdot R^3 \right\}^{-1} = \\
&= \frac{q}{2} \left\{ (z-z_0)^3 \cdot R^2 - (z-z_0)^2 \cdot R^3 - \right. \\
&\quad \left. - (z-z_0)^5 + (z-z_0)^2 \cdot R^3 \right\} \times \\
&\quad \times \left\{ (z-z_0)^3 \cdot R^3 \right\}^{-1} = \\
&= \frac{q}{2} \frac{\sqrt{R^2 - (z-z_0)^2}}{R^3}, \\
\overline{B_n} \cdot n &= \frac{q}{4\pi \sqrt{R^2 - (z-z_0)^2}} \times \\
&\times \frac{R^2 - (z-z_0)^2}{R^3} = \frac{q}{4\pi} \frac{\sqrt{R^2 - (z-z_0)^2}}{R^3}.
\end{aligned} \tag{21}$$

Розглянемо добуток $\overline{B_n} \cdot n$, для магнітної індукції від просторового заряду (13), (14).

$$\begin{aligned}
B_x &= \frac{1}{4\pi} \left(\frac{q(x-x_0)}{R_3} \right) = \frac{1}{4\pi} \frac{q \cdot r \cdot \cos \varphi}{R^3} = \\
&= \frac{q}{4\pi} \frac{\sqrt{R^2 - (z-z_0)^2}}{R^3} \cos \varphi, \\
B_y &= \frac{q}{4\pi} \frac{\sqrt{R^2 - (z-z_0)^2}}{R^3} \sin \varphi, \\
\overline{B_n} \cdot n &= B_x \cos \varphi + B_y \sin \varphi = \\
&= \frac{q}{4\pi} \cdot \frac{\sqrt{R^2 - (z-z_0)^2}}{R^3} (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = \tag{22} \\
&= \frac{q}{4\pi} \cdot \frac{\sqrt{R^2 - (z-z_0)^2}}{R^3}.
\end{aligned}$$

Таким чином, при переході від просторової задачі до площинної маємо:

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = \rho, \tag{23}$$

де ρ - заряд нескінченних ниток, що проходять через вузли плоскої сітки, причому:

$$\rho = -\frac{\partial B_z}{\partial z}. \tag{24}$$

Висновки

Запропонований у роботі підхід до моделювання магнітного поля локальних ферромагнітних об'єктів базується на представленні просторової задачі у вигляді еквівалентної площинної моделі, що дозволяє суттєво скоротити обсяг числових масивів, необхідних для виконання розрахунків. Використання аналітичних співвідношень між потенціалом точкового джерела та його похідними забезпечує можливість переходу від тривимірного опису поля до двовимірного представлення у площині вимірювальної сітки без втрати фізичної інтерпретації параметрів джерела. Отримані результати узгоджуються з відомими положеннями теорії потенціальних полів та підходами, що застосовуються у магнітометрії, водночас розширюючи їх у частині оптимізації обчислювальних процедур.

Розроблена математична модель підтверджує доцільність використання дипольної апроксимації для опису магнітного поля локальних об'єктів на відстанях, що перевищують їх характерні розміри, і демонструє можливість ефективного зменшення вимог до обчислювальних ресурсів під час розв'язання обернених задач магнітометрії. Це створює передумови для підвищення швидкодії алгоритмів обробки магнітометричних даних та їх використання у системах автоматизованого аналізу результатів вимірювань.

Подальший розвиток досліджень доцільно спрямувати на розширення запропонованого підходу для складніших конфігурацій джерел магнітного поля, а також на інтеграцію розробленої моделі з сучасними чисельними методами обробки експериментальних даних. Реалізація таких напрямів може сприяти підвищенню ефективності

геофізичних досліджень, зокрема при пошуку та ідентифікації підводних або підземних феромагнітних об'єктів, і таким чином поглибити існуючі наукові уявлення про методи інтерпретації магнітометричних вимірювань.

Подяки
Відсутні.

Конфлікт інтересів
Відсутній.

Список використаних джерел

1. Stepanova I., Lukyanenko D., Kolotov I., Shchepetilov A., Yagola A. On the unique solvability of inverse problems of magnetometry and gravimetry. *Mathematics*. 2023. Т. 11, № 14. URL: <https://doi.org/10.3390/math11143230>
2. Primin M., Nedayvoda I. Algorithm of analytical solution of magnetostatic inverse problem for dipolar field source. *Computers, networks and systems*. 2015. № 14. С. 5–15. URL: <https://doi.org/10.1007/s10559-023-00618-7>
3. Primin M., Nedayvoda I. Non-contact studies of magnetic fields of biological objects: data registration and processing algorithms. *Cybernetics and system analysis*. 2020. Т. 56, № 5. С. 187–202. URL: <https://doi.org/10.1007/s10559-020-00305-x>
4. Zejgelman M., Panchenko N. Inverse magnetic prospecting problem: features of the technology for searching for multivariate solutions. *Theoretical and Applied Aspects of Geoinformatics*. 2011. С. 158–169.
5. Bulah E. G. Direct and inverse magnetometry problems for a set of horizontally located circular cylindrical bodies. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*. 2019. № 5. С. 136–141.
6. Minenko P. A. Extreme iterative methods in the inverse problem of magnetometry with oblique magnetization. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*. 2017. № 5. С. 131–135.
7. Primin M., Nedajvoda I. Algorithm for solving the inverse problem of magnetostatics in magnetocardiography: new approaches and results. *Electronic Modeling*. 2006. Т. 28, № 5. С. 99–116.
8. Minenko P. A., Minenko R. V. On the search for selectively extremal solutions to the inverse problem of magnetometry during studies on the crystalline foundation. *Scientific Bulletin of the National Mining University*. 2006. № 9. С. 39–44.
9. Biliuk I., Shareyko D., Tubaltsev A., Havrylov S., Savchenko O., Fomenko A. Expansion of measurement grid in field problems. *2021 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 2021. С. 1–4. URL: <https://doi.org/10.1109/MEES52427.2021.9598576>
10. Biliuk I., Shareyko D., Savchenko O., Havrylov S., Fomenko A., Tubaltsev A. Machine calculation of the problem of expansion of the magnetic field measurement grid. *2023 IEEE 5th International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 2023. С. 1–6. URL: <https://doi.org/10.1109/MEES61502.2023.10402546>

References

1. Stepanova, I., Lukyanenko, D., Kolotov, I., Shchepetilov, A., & Yagola, A. (2023). On the unique solvability of inverse problems of magnetometry and gravimetry. *Mathematics*, 11(14), Article 3230. <https://doi.org/10.3390/math11143230>
2. Primin, M., & Nedayvoda, I. (2015). Algorithm of analytical solution of magnetostatic inverse problem for dipolar field source. *Computers, Networks and Systems*, (14), 5–15.
3. Primin, M., & Nedayvoda, I. (2020). Non-contact studies of magnetic fields of biological objects: data registration and processing algorithms. *Cybernetics and System Analysis*, 56(5), 187–202.
4. Zejgelman, M., & Panchenko, N. (2011). Inverse magnetic prospecting problem: features of the technology for searching for multivariate solutions. *Theoretical and Applied Aspects of Geoinformatics*, 158–169.
5. Bulah, E. G. (2019). Direct and inverse magnetometry problems for a set of horizontally located circular cylindrical bodies. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*, (5), 136–141.
6. Minenko, P. A. (2017). Extreme iterative methods in the inverse problem of magnetometry with oblique magnetization. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*, (5), 131–135.
7. Primin, M., & Nedajvoda, I. (2006). Algorithm for solving the inverse problem of magnetostatics in magnetocardiography: new approaches and results. *Electronic Modeling*, 28(5), 99–116.
8. Minenko, P. A., & Minenko, R. V. (2006). On the search for selectively extremal solutions to the inverse problem of magnetometry during studies on the crystalline foundation. *Scientific Bulletin of the National Mining University*, (9), 39–44.
9. Biliuk, I., Shareyko, D., Tubaltsev, A., Havrylov, S., Savchenko, O., & Fomenko, A. (2021). Expansion of measurement grid in field problems. In *2021 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)* (pp. 1–4). IEEE. <https://doi.org/10.1109/MEES52427.2021.9598576>
10. Biliuk, I., Shareyko, D., Savchenko, O., Havrylov, S., Fomenko, A., & Tubaltsev, A. (2023). Machine calculation of the problem of expansion of the magnetic field measurement grid. In *2023 IEEE 5th International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)* (pp. 1–6). IEEE. <https://doi.org/10.1109/MEES61502.2023.10402546>

REDUCTION OF NUMERICAL ARRAYS IN CALCULATIONS OF MAGNETOMETRY PROBLEMS

Shareyko D. Yu.

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Admiral Makarov National University of Shipbuilding
54007, Mykolaiv, Heroes of Ukraine Avenue 9, Ukraine
<https://orcid.org/0009-0000-6460-9331>
e-mail: dshareyko.mk@gmail.com

Todosienko A. M.

Postgraduate Student
Admiral Makarov National University of Shipbuilding
54007, Mykolaiv, Heroes of Ukraine Avenue 9, Ukraine
<https://orcid.org/0009-0003-3692-4723>
e-mail: atodosienko@gmail.com

Mardziavko V. A.

Assistant
Mykolaiv National Agrarian University
54020, Mykolaiv, Georgiy Gongadze St. 9, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0001-7327-9215>
e-mail: vitalijmardzavko@gmail.com

Rudenko A. Yu.

Assistant
Mykolaiv National Agrarian University
54020, Mykolaiv, Georgiy Gongadze St. 9, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-5103-6412>
e-mail: rudenkoau@mnau.edu.ua

Abstract. The article considers the problem of reducing the volume of numerical arrays in the calculations of magnetic fields in magnetometry, associated with the processing of large experimental data and significant computing resources. The relevance of the study is due to the need to increase the efficiency of mathematical modeling and interpretation of magnetic anomalies for the search and localization of ferromagnetic objects of natural or man-made origin. The aim of the work is to develop an approach that reduces the volume of computational arrays by moving from a spatial description of the field of a point source to its equivalent representation in the plane of the measuring grid. Existing methods of approximation of the magnetic field - dipole, multipole and spherical harmonic analysis - are analyzed and it is shown that they require processing of large data sets. A model is proposed in which the magnetic field of a local object with its own magnetic moment is approximated by the field of a point dipole at distances greater than the characteristic dimensions of the object. Based on the analytical description of the potential and its derivatives, a connection between the three-dimensional distribution of the field and its projections in the measurement plane is established. The use of equivalent distribution of secondary sources in grid nodes allows to reduce the dimensionality of the problem, reduce the number of calculation parameters and reduce memory requirements. The results demonstrate the acceleration of calculations and increase the efficiency of magnetometric data processing. The approach can be used in geophysical exploration, search for underwater or underground ferromagnetic objects and automated analysis of magnetic measurements. Further research should be directed to the development of the method for more complex source configurations and integration with modern numerical algorithms. The proposed approach creates the prerequisites for building high-performance magnetometric systems with the ability to quickly process large data sets in real time.

Keywords: magnetometry, magnetic field, point dipole, mathematical model, computational methods, magnetic induction, inverse problems, geophysical measurements.